Д. В. Дзизинская, Ю. А. Донцова

СТАТИСТИКА

Учебное пособие

Министерство образования и науки Российской Федерации
Байкальский государственный университет

Д. В. Дзизинская, Ю. А. Донцова

СТАТИСТИКА

Учебное пособие

Иркутск
Издательство БГУ
2018

УДК 31(075.8)
ББК 65.051я7
С78

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Байкальского государственного университета

Рецензенты канд. экон. наук, доц. С.А. Малютина
канд. экон. наук, доц. Е.А. Панкратьева

С78 Статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / сост. Д.В. Дзизинская, Ю.А. Донцова – Иркутск : Изд-во БГУ, 2018. – 98 с. – Режим доступа: lib-catalog@bgu.ru.

Рассматриваются вопросы, касающиеся основных положений общей теории статистики, сделан упор на практическое их применение.

При составлении заданий для самостоятельной работы использовались как условные данные, так и данные Федеральной службы государственной статистики (Росстата), Федеральной таможенной службы, Банка России.

Для направлений бакалавриата всех форм обучения по курсу «Статистика».

УДК 31(075.8)
ББК 65.051я7

Оглавление

1. Предмет, метод и задачи статистики

Термин «статистика» имеет много толкований. Им определяют и числовые данные, и отрасль практической деятельности, и общественную науку.

Статистика отделилась от экономической науки и образовалась в самостоятельную общественную науку в XVIII в.

Status (лат.) – состояние, положение вещей, событий, фактов. Это слово преобразовалось в итальянское «stato» – государство (слово «государство» вошло в употребление в Германии в середине XVIII в.). Однако собирать статистические данные начали еще в древнем Китае более чем за 2000 лет до нашей эры. Правителям для налогообложения, военных и других целей необходимо было знать, сколько в государстве земель, хозяйских дворов, сколько в них проживает людей и т. д. Поэтому первоначально наука статистика определялась как государствоведение.

Статистика – наука, изучающая закономерности изменений количественных сторон массовых социально-экономических явлений, неразрывно связанных с их качественными изменениями.

Предмет статистического изучения – количественные стороны массовых социально-экономических явлений и процессов, неразрывно связанные с их качественными изменениями.

Объект статистического изучения – статистическая совокупность.

Статистическая совокупность – однокачественное множество единиц, обладающих изменчивостью изучаемого признака.

Единица статистической совокупности – каждый отдельный элемент статистической совокупности, являющийся носителем изучаемого признака.

Объем статистической совокупности (n) – общее количество единиц статистической совокупности.

Признак – характеристика единицы статистической совокупности. Признаки подразделяются на атрибутивные (качественные) и количественные. Атрибутивные признаки могут быть альтернативными (если имеются только два значения), например, пол, качество изделий (стандартные и брак).

Объем признака – суммарное значение признака по всем единицам изучаемой совокупности.

Вариация признака – степень количественного отличия индивидуальных значений признака у разных единиц совокупности.

Цель статистических исследований – раскрытие статистических закономерностей развития массовых явлений.

Статистическая закономерность показывает, по каким правилам развивается вся совокупность исследуемых явлений.

Метод статистики – диалектический подход в изучении множества явлений, базирующийся на законе больших чисел, который гласит, что количественные закономерности массовых явлений отчетливо проявляются лишь в достаточно большом их числе.

Общетеоретические методы, применяемые в статистике и в других науках: синтез, анализ, индукция, дедукция, абстрагирование и т. п.

Собственно методы статистики: метод статистического наблюдения; метод сводки и группировки; индексный метод и другие.

Методология статистики – совокупность применяемых методов, приемов и способов.

Познавательные задачи статистики.

1. Изучение уровня и структуры массовых социально-экономических явлений.

2. Изучение взаимосвязей массовых социально-экономических явлений и процессов.

3. Изучение динамики массовых социально-экономических явлений.

Этапы статистического исследования:

– I этап – статистическое наблюдение;

– II этап – операции по статистической обработке данных;

– III этап – выявление статистических закономерностей.

Статистическое исследование завершается расчетом и анализом статистических показателей.

Статистический показатель – количественная характеристика того или иного социально-экономического явления в условиях качественной определенности.

Сущность сложных социально-экономических явлений невозможно отразить только одним каким-либо показателем, поэтому используют систему статистических показателей.

Система статистических показателей – это совокупность взаимосвязанных показателей, нацеленная на решение статистических задач. Статистические показатели могут быть выражены в форме абсолютных, относительных и средних величин.

Статистика связана со многими другими науками. В статистике очень много расчетов, поэтому она имеет тесные связи с математикой. Статистика опирается на экономическую теорию и сама «подпитывает» ее. Порой трудно найти границу, разделяющую статистику и анализ финансово-хозяйственной деятельности. Вообще все экономические науки в той или иной мере связаны со статистикой, используют ее методы и результаты статистических исследований.

Организация российской статистики представляет собой иерархическую систему, верхним звеном которой является Федеральная служба государственной статистики (Росстат) – методологический и организационный центр по сбору, обработке и анализу статистических данных на государственном уровне. Промежуточные звенья данной системы находятся в республиканских, краевых и областных центрах. Низовыми звеньями статистики являются районные (окружные) отделы статистики.

Организация международной статистики осуществляется статистическими службами ООН, Европейского союза (ЕС), Международного валютного фонда (МВФ), Всемирного банка (ВБ) и других организаций.

Эти службы разрабатывают стандарты, обеспечивающие сравнение статистических показателей разных стран; публикуют статистические данные по странам и миру в целом.

Вопросы для самоконтроля

1. Что является предметом статистического исследования?
2. Что является объектом статистического исследования?
3. Что такое единица и объем статистической совокупности?
4. Что является целью статистического исследования?
5. Назовите этапы статистического исследования.

2. Статистическое наблюдение

Понятие статистического наблюдения, его формы

Осуществление экономических реформ в России вызывают необходимость всестороннего исследования результатов происходящих в обществе как экономических, так и социальных преобразований. Решение этой задачи возможно при наличии полной и надежной информации о названных процессах.

В переводе с латинского слова «информация» означает получение сведений о чем-либо, осведомленность. Получить статистическую информацию можно в результате статистического исследования.

Статистическое исследование как единый процесс можно расчленить на 3 этапа: 1. Подготовка сбора информации и ее непосредственный сбор; 2. Обработка и группировка полученных данных; 3. Анализ полученных результатов. Все эти этапы взаимосвязаны. Так, проведение группировки требует одновременного осмысливания, анализа показателей.

Первый же этап представляет из себя статистическое наблюдение, т. е. это определенным образом организованный сбор данных. Следует отметить, что не всякий сбор информации является статистическим наблюдением. Результаты статистического наблюдения, как правило, отражаются в статистических документах, например, в отчетах предприятий, в переписных листах и т. д.

По признаку организации статистического наблюдения различают его две основные формы – отчетность и специально организованное наблюдение. Ведущей формой наблюдения у нас в стране является пока отчетность. Отчетностью охвачены все важнейшие процессы: производство продукции, объем услуг, прибыль, рождения, смерти и т. д.

К специально организованному наблюдению относят главным образом различного рода переписи (населения, оборудования, скота и др.) Основная цель этой формы наблюдения – получение сведений, не имеющихся в отчетности. Кроме того, с помощью специально организованного статистического наблюдения можно получить более полные данные об интересующем явлении или же проверить достоверность отчетных данных.

Создание и внедрение автоматизированной статистической информационной системы (АСИС) предопределило появление третьей формы наблюдения – автоматизированного банка данных (АБД). Особенность этой формы заключается в том, что информация поступает в статистические органы с помощью современных технических данных, записывается один раз, удобна для многократного использования.

План статистического наблюдения, организационные вопросы наблюдения

Проведению наблюдения предшествует его подготовка. На этой стадии статистического исследования решаются как программно-методологические, так и организационные вопросы наблюдения. Программа наблюдения – это перечень вопросов, на которые нужно дать ответ в ходе самого наблюдения. Для правильного составления вопросов нужно отграничить объект наблюдения, т. е. то, на что направлено наблюдение. Объект наблюдения, как правило, состоит из ряда наблюдаемых, учитываемых единиц. Причем эти единицы могут обладать множеством признаков, из которых следует выбрать существенные для данного случая.

Значит, исследуемая совокупность должна быть отграничена с содержательной стороны, а также в пространстве и во времени.

Наблюдаемую единицу, учитываемую, нужно отличать от отчетной единицы (единицы наблюдения). Отчетная единица – это тот орган или то лицо, от которого должны быть получены сведения. Например, при переписи производственного оборудования на промышленном предприятии учетной единицей является каждая отдельная машина (станок), а отчетной единицей является само предприятие. Иногда учетная и отчетная единицы могут совпадать, например, при переписи населения.

Программа наблюдения обычно помещается на специальном бланке (формуляре, карточке и т. д.), представляющим из себя один лист или несколько, сброшюрованных в тетрадь.

К сложной программе составляется инструкция, т. е. пояснения к заполнению формуляра.

Организационные вопросы наблюдения – это вопросы об органе, месте и времени наблюдения.

Наблюдение может осуществляться работниками государственной статистики или других учреждений, предприятий и организаций. Лица, которые занимаются непосредственной регистрацией фактов, называются счетчиками. Поэтому к организационным вопросам наблюдения относят инструктаж и обучение счетчиков.

Время наблюдения – период, в течении которого собираются данные. Очевидно, что это время должно быть по возможности кратким. От времени наблюдения нужно отличать наблюдаемый период и критический момент. Наблюдаемый период – это тот отрезок времени, за который надлежит отразить сведения об изучаемом объекте. Критический момент – момент по состоянию на который регистрируются сведения об изучаемом явлении.

Виды статистического наблюдения

В основе классификации наблюдения по отдельным видам лежат два признака: 1. Полнота учета явлений в пространстве; 2. Полнота учета явлений во времени.

С позиций полноты учета явлений в пространстве все наблюдение делят на сплошное и несплошное. При сплошном наблюдении охватываются все единицы данной совокупности, при несплошном обследуется только их часть.

Как в пространстве, так и во времени сплошным наблюдением охвачены все важнейшие процессы в нашей стране: производство продукции, затраты на производство, рождения, смерти и т. д.

Несплошное наблюдение имеет ряд разновидностей: выборочное наблюдение, анкетное, обследование основного массива, монографическое.

Выборочное наблюдение (в теории статистики изучается в виде самостоятельной темы). Цель этого наблюдения – на основе отобранной, изученной части составить представление в целом о всей совокупности. В основе выборочного наблюдения лежит принцип случайности, непреднамеренности, отбора. Это в свою очередь позволяет измерить ошибку выборки и гарантировать результат с определенной степенью вероятности в определенных пределах. Поэтому выборочное наблюдение считается самой точной разновидностью несплошного наблюдения.

Используется выборочное наблюдение в различных сферах экономической и социальной жизни: для учета бюджета семей трудящихся, для обследования бюджета времени рабочих, для контроля качества изделий, для обследования использования станочного парка и т. п.

Анкетное наблюдение. В отличии от выборочного это самая неточная разновидность несплошного наблюдения, что объясняется рядом причин. Этот вид наблюдения предполагает получение информации с помощью анкет. Так как заполнение и возврат анкет чаще всего носит добровольный характер, то, очевидно, что даже розданные или разосланные анкеты возвращаются не все. Кроме того, ответы на вопросы анкеты могут отражать элементы субъективности. Чаще всего используется анкетирование для учета социальных явлений.

Обследование основного массива. Суть этой разновидности несплошного наблюдения заключается в том, что обследованию подвергаются такие единицы, которые по исследуемому признаку преобладают в данной совокупности. Так можно изучать покупательский спрос в наиболее крупных магазинах, с большим объемом товарооборота, цены на колхозных рынках – в наиболее крупных городах и т. д.

Монографическое наблюдение. Отличается от предыдущих разновидностей тем, что здесь детально изучаются отдельные единицы совокупности (а не какая-то ее часть).

С точки зрения учета явлений во времени различают непрерывное (текущее) наблюдение и прерывное. Последнее может быть периодическим и единовременным. При непрерывном наблюдении факты регистрируются по мере их возникновения.

Периодическое наблюдение – это наблюдение через определенные промежутки времени. Сюда можно отнести различного рода переписи, характеризующие состояние явлений на дату.

Единовременное наблюдение проводится по мере потребности в нем. С помощью этого наблюдения часто исследуется использование рабочего времени рабочими.

Выбор того или иного вида наблюдения бывает обусловлен не только важностью явления, но и особенностями его развития (относительным постоянством, высокой динамичностью) и степенью распространенности явления.

Способы статистического наблюдения

Способы сбора статистической информации обычно зависят от источников ее получения. Известно три традиционных источника данных: непосредственное наблюдение, документальное наблюдение и опрос (запись устных ответов). Отсюда существует и три способа сбора данных: экспедиционный, корреспондентский и способ самоисчисления (саморегистрации).

Так, очевидно, что непосредственное наблюдение, осуществляемое путем измерения, осмотра, подсчета, требует выхода счетчика на место нахождения наблюдаемых единиц. Следовательно, здесь приемлем экспедиционный способ сбора информации. Названный источник и способ получения данных дают возможность собрать наиболее полную информацию, по обширной, сложной программе. Способ предопределяет и достоверность наблюдения.

Не менее точные данные получают и с помощью другого источника – документов, которые также основаны на непосредственном наблюдении; но при документальном источнике требуется другой способ сбора информации – корреспондентский. Большая часть документов предприятий, в виде отчетов, доставляется в статистические органы по почте.

При опросе используют либо экспедиционный способ получения данных, либо способ самоисчисления. Способ самоисчисления (саморегистрации) включает элементы и экспедиционного, и корреспондентского способов. Суть способа в следующем. Счетчик выдает бланк на месте нахождения наблюдаемой единицы и проводит инструктаж по его заполнению. В статистический орган бланк возвращается обычно по почте, но может быть взят и самим счетчиком. Способ применяется в бюджетных обследованиях, иногда при переписях.

Появление новых источников информации, таких, как магнитные ленты, запоминающие устройства ЭВМ, предопределили и появление нового способа передачи информации – автоматизированного.

Формы статистического наблюдения

Ведущей формой наблюдения в настоящее время является отчетность.

Статистический отчет – это надлежащим образом оформленный документ, содержащий определенные сведения о деятельности подотчетной единицы.

Очевидно, что все результаты своей работы предприятие не может поместить в одном отчете, поэтому оно составляет ряд отчетных форм.

Форму статистического отчета обычно можно разделить на 4 части: титульную, адресную, основную и заключительную. В титульной части указываются: наименование и номер формы, дата и орган, ее утвердивший, период или момент наблюдения, сроки и адреса представления отчета. В адресной части указывается: название подотчетного предприятия, его вышестоящая организация, министерство. В основной части приводятся сведения об изучаемом явлении, обычно за два периода: фактические данные за изучаемый отрезок и фактические данные за соответствующий период прошлого года. Освещаемые в форме вопросы называют еще реквизитами.

В заключительной части отчета указываются должности лиц, подписывающих отчет и отвечающих за его составление.

Другой формой статистического наблюдения является специально организованное наблюдение. Ее наличие объясняется рядом причин: недостаточностью сведений, имеющихся в отчетах; нецелесообразностью охвата отчетами определенных явлений, в виду, например, их относительной стабильности (социальные явления); проверкой отчетных данных.

Разновидностями специального наблюдения являются переписи и единовременные учеты или обследования. Переписи бывают двух видов: одни основаны на использовании данных, зафиксированных в документах, а другие требуют специальной регистрации фактов.

Основным видом второго типа переписи является перепись населения.

Что касается единовременных учетов и обследований, то они могут относиться к разнообразным общественным явлениям. Это проводящиеся учеты численности работников предприятий, обследование бюджета семей трудящихся и т. д.

Специально организованное статистическое наблюдение во времени может быть прерывным и непрерывным.

Сущность видов специального статистического наблюдения предопределяет и способы сбора данных здесь. В основном здесь используется экспедиционный способ, иногда – способ саморегистрации. В то же время отчетность в большинстве своем собирается корреспондентским способом.

Другой отличительный признак от отчетности – возможность несплошного наблюдения.

Ошибки статистического наблюдения и их контроль

В процессе статистического наблюдения возможны ошибки, которые делят на 2 группы: ошибки репрезентативности (выборки) и ошибки регистрации.

Ошибки выборки – это расхождение между выборочными показателями (средней или долей) и соответствующими показателями по генеральной совокупности. Это своеобразные погрешности, имеющие право на существование. Они изучаются в специальной теме – «Выборочное наблюдение».

Ошибки же регистрации делят в свою очередь на случайные и систематические.

Случайные ошибки – это ошибки, вызванные самыми различными причинами и дающие искажения как в одну, так и в другую сторону. Возникают они из-за невнимательности, небрежности счетчика или по вине наблюдаемой единицы, или по каким-то другим случайным причинам.

Систематические ошибки – это направленные, тенденциозные ошибки, как правило, искажающие сведения об изучаемом объекте. Они могут быть преднамеренными и непреднамеренными. Непреднамеренные ошибки, увеличивающие или уменьшающие действительные данные, могут, например, возникнуть из-за неисправности вычислительной техники, или из-за допущенной ошибки в программе и т. д. Преднамеренные ошибки – это специальное искажение сведений об явлении. Лица, виновные в преднамеренных ошибках, караются по закону, вплоть до лишения свободы.

Одна из задач статистических органов – это координация всей работы по организации проверок достоверности отчетных данных. В этой работе участвуют и правоохранительные органы, усиливающие надзор за эффективностью мер по борьбе с искажением информации, особенно касающейся финансовых результатов работы предприятий.

Возможность ошибок предопределяет и необходимость контроля за полнотой, достоверностью и сопоставимостью собранного материала. Выделяют счетный и логический контроль, которые чаще всего являются связанными, неотъемлемыми моментами одного и того же процесса – проверки.

Счетный контроль – это арифметическая проверка цифровых данных. Логический контроль состоит в сопоставлении ответов на разные вопросы или на один и тот же вопрос, но за разные периоды, или с данными по другой одноименной единице. Очевидно, что логическая сторона контроля требует более высокого уровня квалификации проверяющего, чем счетная.

Приведем пример сочетания логического и счетного контроля при выявлении ошибок наблюдения за движением рабочей силы на предприятии за отчетный год.

№ цеха	Среднегодовая численность рабочих	Выбыло рабочих	В т. ч. по причинам		
			Призыв в армию, уход на пенсию и учебу	Уволены по собственному желанию	Уволены за прогул и другие нарушения трудовой дисциплины
1	95	10	5	4	1
2	120	17	9	8	2
3	151	21	11	10	–
4	107	14	8	5	2
Итого	473	62	33	24	5

В данном случае сумма среднегодовой численности по цехам даст ту цифру, что указана в итоге таблицы, т. е. (95 + 120 +151 +107) = 473.

Общий итог выбытия рабочих -по предприятию равен сумме аналогичных показателей по цехам: 10+17 + 21+ 14 = 62.

Правда, цифру «62» можно проконтролировать в шахматном порядке, т. е. по вертикали и по горизонтали. Итоги выбытия рабочих по причинам тоже дают 62 человека: (33 + 24 + 5)= 62.

Следовательно, эти цифры верны. Теперь обратимся к контролю информации выбытия рабочих по причинам в разрезе отдельных цехов.

Цех № 1: 5 + 4 + 1 = 10 – здесь ошибок нет.

Цех № 2: 9 + 8 + 2 = 19, а должно быть 17 человек.

Учитывая, что итог выбытия по причине, призыв в армию, уход на пенсию и учебу – 33 человека, равен сумме этих показателей по цехам и аналогично по последней графе – 5 чел. (1 + 2 + 2), делаем вывод, что ошибка содержится в графе «Уволены по собственному желанию». Отсюда, определяем действительное количество уволенных по собственному желанию в цехе № 2 следующим образом: 17 – 9 – 2 = 6. Значит, вместо 8 человек здесь должно быть указано 6 человек. Цех № 3: 11 + 10 = 21 – результаты верны.

Цех № 4: 8 + 5 + 2 = 15, а должно быть 14 человек. Для выявления ошибки рассуждаем аналогичным образом, как это делами при проверке данных по цеху № 2. Очевидно, что цифра «5» – ошибочна, вместо нее должна быть поставлена цифра 4: (14 – 8 – 2).

Вопросы для самоконтроля

1. В чем сущность и особенности статистического наблюдения?
2. В чем заключаются программно-методологические и организационные вопросы статистического наблюдения?
3. Что такое статистическая отчетность и для каких целей она применяется?
4. Для каких целей проводят специально-организованное наблюдение?
5. Что представляет собой единица и объект статистического наблюдения?
6. Назовите виды статистического наблюдения.
7. Назовите способы статистического наблюдения.
8. Какие ошибки могут возникать при статистическом наблюдении?
9. Каковы способы контроля материалов наблюдения?

3. Сводка и группировка статистических данных

Первый этап статистического исследования – статистическое наблюдение. За статистическим наблюдением следуют сводка и группировка данных наблюдения.

Сводка – это комплекс операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность. Служит для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом. Центральным моментом сводки является группировка.

Группировкой называется разделение единиц изучаемой совокупности на однородные группы по определенному существенному для них признаку. Признаки бывают атрибутивные (качественные), альтернативные (имеют два значения) и количественные.

Количественные признаки могут быть дискретными и непрерывными. Дискретные признаки выражены целыми числами. Непрерывные количественные признаки могут принимать любое значение.

Существуют 3 вида группировок: типологическая, структурная и аналитическая. Каждая группировка решает свои задачи. Задача типологической группировки – выделить социально-однородные типы явлений, задача структурной группировки – определить структуру совокупности.

Цель аналитической группировки, изучение взаимосвязи между факторным и результативным признаками.

Признаки бывают атрибутивные, альтернативные и количественные.

Решение задачи группировки начинается с определения числа групп.

Число групп определяется в зависимости от содержания группировочного признака.

Если признак атрибутивный, число групп определяется по числу разновидностей признака (числу наименований). Если признак количественный, то число групп определяется расчетным путем в зависимости от целей исследования. Если признак альтернативный, то число групп равно двум.

Следующий этап группировки – определение интервалов (только если признак количественный).

Интервалы группировки могут быть равновеликие и неравновеликие.

Группировку с равновеликими интервалами выполняют, когда вариация признака небольшая. Группировку с неравными интервалами осуществляют, когда размах вариации признака достаточно большой и его значения варьируют неравномерно.

Показатели вариации признака мы рассмотрим в отдельной теме.

Величина равновеликого интервала – i определяется так:

$$i = \frac{x_{max} - x_{min}}{k},$$

где $x_{\text{макс.}}$ и $x_{\text{мин.}}$ – соответственно максимальное и минимальное значения группировочного признака, k – число групп.

Если количество групп не известно и объем совокупности более 30 единиц, то есть $n > 30$, величину интервала определяют по формуле:

$$i = \frac{x_{max} - x_{min}}{1+3{,}322\lg n}.$$

При группировке с неравными интервалами количество групп (k) задается или рассчитывается по формуле, как и при группировке с равными интервалами.

Далее определяется количество единиц, которое должно быть в каждой группе по формуле:

$$f_i = \frac{n}{k},$$

где n – численность совокупности, k – число групп.

Затем ранжируются единицы совокупности по возрастанию группировочного признака и проводится непосредственно группировка.

Последний этап группировки – построение таблиц и подведение итогов.

Сначала следует построить рабочую таблицу. Результаты из рабочей таблицы заносят в заключительную таблицу, которую следует оформить по правилам (наличие заголовка, наименование подлежащего и сказуемого, единицы измерения, наличие итогов).

Для оформления таблиц приняты условные обозначения:

1) ≪ –≫ если показатель отсутствует,

2) ≪ ··· ≫, если нет сведений о показателе,

3) ≪ x ≫, если пересечение строки и графы не имеет смысла.

Подлежащее таблицы – это объект изучения, располагается обычно слева, в виде наименования горизонтальных строк. Сказуемое – это система показателей, которыми характеризуется объект изучения, располагается справа в виде наименования вертикальных граф.

В зависимости от построения подлежащего различают следующие виды таблиц: простые, групповые и комбинационные. Простые – таблицы, в подлежащем которых нет группировок, а дается лишь перечень единиц совокупности, административных единиц (территориальные таблицы) или периодов времени (хронологические таблицы). Подлежащее может быть представлено сочетанием этих признаков.

Комбинационные – таблицы, в которых подлежащее содержит группировку единиц совокупности по двум и более признакам.

Показатели сказуемого таблицы могут иметь простую разработку и сложную. При простой разработке показатели располагаются последовательно друг за другом, при сложной – показатели делятся на группы и подгруппы.

Таблицы также делятся на статические и динамические.

Статическая таблица – таблица, в которой показатели сказуемого приведены за один период времени.

Динамическая таблица – таблица, в которой показатели сказуемого изменяются во времени.

Последний этап группировки – краткие письменные выводы, которые должны соответствовать поставленной цели.

Пример.

Имеются следующие данные о работе 24 заводов одной из отраслей промышленности:

Номер предприятия	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд р.	Объем произведенной продукции, млн р.
1	3,0	3,2
2	7,0	9,6
3	2,0	1,5
4	3,9	4,2
5	3,3	6,4
6	2,8	2,8
7	6,5	9,4
8	6,6	11,9
9	2,0	2,5
10	4,7	3,5
11	2,7	2,3
12	3,3	1,3
13	3,0	1,4
14	3.1	3,0
15	3,1	2,5
16	3,5	7,5
17	3.1	3,6
18	5.6	8,0
19	3.5	2,5
20	4.0	2,8
21	1,0	1,6
22	7,0	12,9
23	4,5	5,6
24	4,9	4,4

С целью изучения зависимости между стоимостью основных производственных фондов и объемом продукции произвести группировку заводов, образовав 5 групп с равными интервалами.

Данная группировка является аналитической, следовательно, группировочным признаком является факторный признак – основные производственные фонды. Величину интервала определим по формуле:

$$i = \frac{x_{max} - x_{min}}{n},$$

$$i = \frac{7{,}0 - 1{,}0}{5} = 1{,}2.$$

Границы интервалов групп будут следующими: 1–2,2; 2,2–3,4; 3,4–4,6; 4,6–5,8; 5,8–7.

Распределим заводы по группам. В первую группу попадет 3 предприятия, во вторую – 9, в третью – 5, и четвертую — 3, и пятую – 4.

Сначала составляют рабочую таблицу с теми же графами, что и исходная таблица, но с учетом полученного группировочного интервала по стоимости основных фондов.

Например, для I группы заводов:

№ завода	Стоимость основных фондов, млрд р.	Объем продукции, млн р.
3	2,0	1,5
9	2,0	2,5
21	1,0	1,6

Аналогичные подсчеты ведут по остальным группам. А затем подсчитывают общие итоги по 24 заводам и составляют ряд распределения. Результаты оформляют в виде групповой таблицы, имеющей заголовок, за таблицей приводят краткий анализ результатов группировки.

В данном случае макет таблицы будет следующим:

Группы предприятий по стоимости основных фондов, млн р.	Число заводов	Среднегодовая стоимость основных пр. фондов, млрд р.		Объем произведенной продукции, млн р.	
		Всего	В среднем на 1 завод	Всего	В среднем на 1 завод
1–2,2	3	5,0	1,7	5,6	1,9
и т.д.					
Итого:					

Задачи для решения

Задача 1

Имеются следующие отчетные данные по 25 заводам одной из отраслей промышленности:

№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд р.	Объем продукции, работ и услуг, млн р.	№ завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млрд р.	Объем продукции, работ и услуг, млн р.
1	4,0	4,2	13	2,0	1,8
2	3,4	2,9	14	4,5	4,6
3	6,7	7,0	15	4,8	5,2
4	4,9	5,3	16	5,9	9,0
5	5,1	5,8	17	8,0	10,2
6	8,0	10,2	18	5,1	5,8
7	7,2	8,6	19	4,9	5,3
8	3,3	3,3	20	6,7	7,0
9	3,9	5,4	21	3,4	2,9
10	4,1	5,0	22	6,3	8,0
11	5,9	7,0	23	7,5	9,4
12	5,4	8,5	24	6,6	11,2

С целью изучения зависимости между среднегодовой стоимостью основных производственных фондов и выпуском продукции произведите группировку заводов по стоимости фондов, образовав четыре группы заводов с равными интервалами. По каждой группе и совокупности заводов подсчитайте:

1) число заводов;

2) среднегодовую стоимость основных производственных фондов – всего и в среднем на один завод;

3) объем продукции, работ и услуг – всего и в среднем на один завод.

Результаты представьте в виде групповой таблицы. Напишите краткие выводы.

Задача 2

Имеются следующие данные по рабочим одной специальности:

№ п/п	Производственный стаж, лет	Оплата труда за месяц одного рабочего, тыс. р.	№ п/п	Производственный стаж, лет	Оплата труда за месяц одного рабочего, тыс. р.
1	4	39,8	21	14	53,5
2	2	25,0	22	4	46,6
3	7	51,2	23	8	50,3
4	7	51,3	24	12	52,5
5	1	19,7	25	4	41,7
6	5	48,4	26	7	51,0
7	8	52,0	27	6	50,1
8	10	52,4	28	1	20,1
9	0	18,5	29	9	51,2
10	7	51,7	30	7	49,9
11	2	27,0	31	3	38,0
12	3	33,0	32	4	40,6
13	5	49,0	33	1	18,5
14	1	19,0	34	3	30,4
15	4	37,0	35	8	31,5
16	15	52,7	36	20	54,0
17	20	53,0	37	23	54,8
18	1	17,4	38	24	55,0
19	0	17,0	39	30	56,0
20	6	49,8	40	11	51,9

С целью изучения зависимости уровня оплаты труда от стажа работы выполнить группировку рабочих по стажу, образовав 5 групп с равновеликими интервалами.

По каждой группе и по совокупности в целом подсчитать:

1) число рабочих;

2) общий стаж работы;

3) средний стаж на одного рабочего;

4) фонд оплаты;

5) оплату труда на 1 рабочего.

Результаты представить в таблице, сделать краткие письменные выводы.

Задача 3

Имеются следующие данные по 30 заводам за год:

Номера заводов	Среднегодовая стоимость основных фондов, млрд р.	Среднее списочное число рабочих, чел.	Фактический объем продукции, работ и услуг млн р.
1	3,5	406	4,6
2	3,1	235	2,5
3	7,1	411	9,1
4	3,2	314	3,6
5	3,3	253	1,3
6	5,3	395	6,4
7	3,9	468	4,3
8	2,5	268	3,2
9	2,0	227	1,5
10	7,2	381	8,6
11	3,0	360	3,0
12	1,7	201	2,3
13	4,7	341	4,5
14	2,0	274	2,5
15	1,6	200	1,8
16	6,5	200	3,8
17	2,8	283	2,8
18	4,9	500	5,4
19	4,5	430	5.0
20	2,4	270	3,0
21	1,2	340	4,0
22	4,0	400	6,0
23	1,8	260	2,2
24	2,6	233	2,0
25	4,8	390	6,0
26	3,6	235	4,4
27	3,0	305	4,0
28	2,9	304	3,9
29	5,6	450	8,2

С целью изучения зависимости между среднегодовой стоимостью основных фондов и производительностью труда произвести группировку заводов по стоимости фондов, образовав 4 группы заводов с равными интервалами.

По каждой группе и по совокупности заводов подсчитать:

1) число заводов;

2) среднегодовую стоимость основных фондов – всего и в среднем на один завод;

3) стоимость продукции – всего и в среднем на один завод;

4) среднее списочное число рабочих;

5) производительность труда.

Результаты группировки представить в виде таблицы.

Написать выводы.

Задача 4

Имеются следующие отчетные данные по 25 заводам одной отрасли промышленности:

Заводы	Производство продукции, млн. т	Общая сумма затрат на производство продукции, млн р.
1	7,0	580,0
2	3,1	280,0
3	9,8	780,0
4	3,8	330,0
5	12,0	900,0
6	2,0	180,0
7	9,0	810,0
8	1,7	100,0
9	4,6	400,0
10	115	800,0
11	2,1	190,0
12	10,6	820,0
13	6,0	510,0
14	8,5	700,0
15	11,6	870,0
16	1,6	150,0
17	4,2	400,0
18	7,4	610.0
19	4,8	430,0
20	2,6	240,0
21	4.0	360,0
22	11,0	860,0
23	7,8	650,0
24	2,0	170,0
25	5,9	510,0

С целью изучения зависимости между размером выпуска продукции и себестоимостью единицы продукции выполнить группировку по факторному признаку (размеру продукции), образовав, пять групп заводов с равными интервалами. По каждой группе и по совокупности в целом подсчитать:

1) число заводов;

2) общее количество произведенной продукции;

3) общую сумму затрат;

4) количество продукции в среднем на один завод;

5) себестоимость единицы продукции.

Сделать письменные выводы.

Задача 5

Имеются данные по 25 заводам отрасли. С целью выявления зависимости между численностью рабочих и объемом произведенной продукции произвести аналитическую группировку материала по факторному признаку, образовав четыре группы предприятий с равными интервалами.

Заводы	Объем произведенной продукции, млн р.	Среднесписочное число рабочих, чел.
1	1,4	280
2	4,8	480
3	3,7	480
4	6,1	503
5	9,1	710
6	9,6	1020
7	2,1	490
8	2,6	500
9	4,5	620
10	8,4	990
11	9,7	930
12	2 3	430
13	3,4	560
14	6,3	610
15	9,8	910
16	7,3	740
17	1,8	390
18	2,6	430
19	4,8	510
20	16,1	1240
21	1,3	340
22	2,3	390
23	1,3	250
24	2,9	960
25	3,4	490

По каждой группе заводов и в целом подсчитать:

1) число заводов;

2) общую численность рабочих и численность рабочих в среднем на одно предприятие;

3) общий объем продукций и объем продукции в среднем на один завод.

Результаты представить в виде групповой таблицы, сделать краткие выводы.

Задача 6

За отчетный год имеются следующие данные по автохозяйствам района:

Хозяйства	Число автомашин	Грузооборот, т км	Сумма эксплуатационных расходов, тыс. р.
1	12	152208	182,3
2	15	218820	543,4

Хозяйства	Число автомашин	Грузооборот, т км	Сумма эксплуатационных расходов, тыс. р.
3	159	6064091	2582,6
4	27	126818	114,7
5	171	6362349	3412;6
6	9	146016	122,0
7	60	3905922	2902,6
8	189	9678900	4982,4
9	36	757035	588,5
10	15	423507	216,8

С целью выявления зависимости между грузооборотом и себестоимостью (эксплуатационными расходами) произвести группировку автохозяйств по числу автомашин, выделив группы: до 15, 16–50, 51 и более.

По каждой группе и в целом подсчитать:

1) число автомашин;

2) общий объем грузооборота и в среднем на одну машину;

3) общую сумму эксплуатационных расходов, а также в среднем на 1 тонно-километр.

Сделать краткие выводы.

Задача 7

Произвести перегруппировку данных, пересчитав данные: сначала группировку региона 2 в соответствии с группировкой региона 1, а затем наоборот:

I регион			II регион		
Номер группы	Группы филиалов банка по размеру прибыли, тыс. руб.	Удельный вес банков, в % к итогу	Номер группы	Группы филиалов банка по размеру прибыли, тыс. руб.	Удельный вес банков, в % к итогу
I	До 100	4,3	I	До 50	1,0
II	100-200	18,3	II	50-70	1,0
III	200-300	19,5	III	70-100	2,0
IV	300-500	28,2	IV	100-150	10,0
V	Свыше 500	29,7	V	150-250	18,0
			VI	250-400	21,0
			VII	400-500	23,0
			VIII	Свыше 500	24,0
Итого		100,0	Итого		100,0

Задача 8

За отчетный период распределение семей рабочих и служащих по размеру имеющихся садово-огородных участков характеризуется следующими данными.

I район		II район	
Размер участков, кв.м.	Удельный вес семей, в % к итогу	Размер участков, кв.м.	Удельный вес семей, в % к итогу
До 400	7	До 400	5
400-500	49	400-600	40
500-800	22	600-800	30
800-900	17	800-1000	22
Свыше 900	5	Свыше 1000	3
Итого	100	Итого	100

Для сравнения структуры распределения семей двух районов по размеру садово-огородных участков произведите вторичную группировку, пересчитав данные: сначала района 2 в соответствии с группировкой района 1, а затем наоборот.

Задача 9

Имеются следующие данные о работе 14 заводов одной из отраслей промышленности:

Завод №	Объем продукции млн р.	Прибыль, млн р.	Среднегодовая стоимость основных фондов млн р.	Среднесписочная численность рабочих, чел.
1	591	27	10,0	900
2	1776	272	22,8	1500
3	1395	194	18,4	1412
4	888	88	12,6	1200
5	1752	292	22,0	1485
6	1440	220	19,0	1420
7	1734	276	21,6	1390
8	612	60	9,4	817
9	1398	224	19,4	1375
10	876	100	13,6	1200
11	1269	110	17,6	1365
12	576	61	8,8	850
13	1080	128	14,0	1290
14	624	67	10,2	900

Требуется выполнить группировку предприятий по объему продукции, приняв следующие интервалы: до 600 млн руб., от 600 до 1200 млн руб., 1200 млн руб. и более.

По каждой группе и в целом по всем предприятиям определить: число предприятий, объем продукции, среднесписочное число работников, среднюю выработку продукции на одного работника. Представить результаты в виде таблицы. Сделать выводы.

4. Абсолютные и относительные величины

Абсолютные величины

Абсолютные величины характеризуют размеры, объемы каких-либо явлений или процессов. Их получают непосредственно в результате статистического наблюдения.

Абсолютные величины всегда являются числами именованными. Единицами измерения абсолютных величин являются: натуральные, условно-натуральные, стоимостные и трудовые.

Натуральные единицы измерения – это меры длины, массы, объема и т.п.

К применяемым для измерения натуральных показателей физическим единицам относят метры, километры, килограммы, тонны, литры, штуки и т.д.

Особенностью натуральных измерителей является то, что они применимы только по отношению к однородной продукции. Поэтому на практике часто используют условно-натуральные единицы измерения.

Условно-натуральные единицы используют для сравнительных расчетов или при суммарном учете разной по качеству, но имеющей одинаковое потребительское свойство, продукции.

Например, разные виды топлива переводят в условное топливо с теплотой сгорания 29,3 МДж/кг (7000 ккал/кг), молочная продукция – в условное молоко с содержанием 3,2 % жира, мыло и моющие средства разных сортов – в условное мыло с 40 %-м содержанием жирных кислот.

Для консервов, учитываемых по массе, за условную принимается банка массой 400 г.

Для консервов, учитываемых по объему, за условную принимается банка емкостью 353 мл.

Условной банкой для рыбных консервов и пресервов рыбных считается банка массой 350 г.

За условный кирпич принимается кирпич размером 250 х 120 х 65 мм = 1950 см^3.

Условный печатный лист имеет формат 60 х 90 см.

Перевод в условные единицы измерения осуществляется на основе коэффициентов пересчета в условную единицу:

$$Q_{\text{усл}-\text{нат}} = Q_{\text{нат}} \cdot K_{\text{пер}},$$

где $Q_{\text{нат}}$ – объем продукции в натуральном выражении,

$K_{\text{пер}}$ – коэффициент пересчета.

Трудовые единицы измерения применяют для определения рабочего времени (чел-час, чел-день).

Стоимостные единицы измерения дают денежную оценку социально-экономическим явлениям.

Пример

Кирпичным заводом в отчетном периоде было произведено следующее количество продукции:

Вид продукции	Физический объем производства, тыс. шт
Кирпич 4140 $см^3$	100
Кирпич 2640 $см^3$	154
Кирпич стандартный (1950 $см^3$)	200

Необходимо определить общий объем продукции в пересчете на условный кирпич размером 1950 $см^3$.

Исчислим коэффициенты пересчета:

$$K_{пер1} = \frac{4140}{1950} = 2{,}12$$

$$K_{пер2} = \frac{2640}{1950} = 1{,}35$$

Общий объем произведенного кирпича составил:

$$Q_{усл-нат} = 2{,}12 \cdot 100 + 1{,}35 \cdot 154 + 200 = 619{,}9 \text{ тыс. шт.}$$

Относительные величины

Относительные величины получают в результате деления одной абсолютной величины на другую или отношением средних, или самих относительных величин.

Для выражения результата сопоставления одноименных величин могут быть использованы коэффициенты (когда база сравнения принимается за единицу), проценты – % (база сравнения принимается за 100), промилле – (база сравнения принимается за 1 000).

Наиболее распространенными являются следующие виды относительных величин: относительная величина динамики (ОВД), планового задания (ОВ-$П_л$З), выполнения плана (ОВВ$П_л$), структуры (ОВС или d), координации (ОВК), интенсивности (ОВИ).

ОВД характеризует степень изменения изучаемого явления во времени. Она представляет собой отношение уровня (У) показателя за данный (отчетный) период к уровню его, относящемуся к одному из прошлых периодов:

$$ОВД = \frac{у_1}{у_0},$$

где y_1 – уровень показателя в отчетном периоде,

y_0 – уровень показателя в базисном периоде.

ОВ$П_л$З представляет собой отношение величины показателя, устанавливаемого на планируемый период к его фактической величине, достигнутой за предшествующий период. Следовательно:

$$ОВП_лЗ = \frac{у_{пл}}{у_0},$$

где $y_{п}$– уровень показателя по плану.

ОВВП$_{л}$ представляет собой результат сравнения фактически достигнутого уровня показателя с его плановым уровнем. Схема расчета:

$$\text{ОВВП}_{л} = \frac{y_1}{y_{пл}}.$$

Все эти три вида относительных величин связаны между собой:

$$\text{ОВД} = \text{ОВП}_{л}\text{З} \cdot \text{ОВВП}_{л}$$

или

$$\frac{у_1}{у_0} = \frac{у_{пл}}{у_0} \cdot \frac{у_1}{у_{пл}}.$$

Пример

В 2016 году объем реализации продукции предприятия составил 127,6 миллионов рублей. На 2017 год было запланировано увеличить объем продаж до 140 миллионов рублей. Фактически в 2017 году было реализовано продукции на сумму 134,8 миллионов рублей. Определить относительные величины планового задания, динамики и выполнения плана.

$\text{ОВП}_{л}\text{З} = \frac{140}{127,6} = 1,097.$

Таким образом, было запланировано увеличить продажи на 9,7 %.

$\text{ОВД} = \frac{134,8}{127,6} = 1,056.$

Следовательно, объем реализации увеличился в 2017 году на 5,6 %.

$\text{ОВВП}_{л} = \frac{134,8}{140} = 0,963.$ План продаж был недовыполнен на 3,7 %.

Относительные величины структуры ОВС (d) представляют собой соотношение размеров частей и целого. Они показывают, какую долю (или удельный вес) во всей совокупности составляют отдельные ее части. Способ расчета можно представить в виде формулы:

$$\text{ОВС}\ (d) = \frac{f}{\sum f},$$

где f – часть какой-либо совокупности,

$\sum f$ – общий объем совокупности.

Относительные величины координации (ОВК) являются результатом соотношения частей целого между собой. При их расчете одна из составных частей целого принимается за базу сравнения, а затем находят последовательное отношение к ней всех остальных частей. Результат показывает, сколько единиц данной части целого приходится на 1, 10, 100, 1000 т. д. единиц части, принятой за базу сравнения.

Пример

По данным Росстата на 1.01.2017 года в России проживало в возрасте 70 лет и старше 13230 чел., из них мужчин – 3874 чел., женщин – 9356. Определить структуру жителей старше 70 лет по полу и относительную величину координации, приняв число мужчин за базу, равную 100.

$ОВС_{муж} = \frac{3874}{13230} \cdot 100 = 29{,}28\ \%,$

$ОВС_{жен} = 100 - 29{,}28 = 70{,}72\ \%.$

Таким образом, доля женщин в численности населения России на 1.01.2017 года составляла примерно 71 %, мужчин – 29 %.

$ОВК = \frac{9356}{3874} \cdot 100 \approx 241$ женщина приходится на каждые 100 мужчин в возрасте 70 лет и старше.

Относительная величина интенсивности (ОВИ) является результатом отношения (сопоставления) разноименных абсолютных величин, которые относятся к различным, но связанным в своем развитии совокупностям. ОВИ характеризует степень распространения (развития) какого-либо явления в определенной среде.

Пример

В России на 1.01. 2016 года численность населения составляла 146,5 миллионов человек, на 1.01.2017 года – 146,8 миллионов человек. Число родившихся за 2016 год составило 1,89 миллионов человек. Определить относительную величину интенсивности, характеризующую рождаемость.

Сначала определим среднегодовую численность населения в 2016 году.

$Н = \frac{146{,}5+146{,}8}{2} = 146{,}65$ млн. чел.

Далее определим коэффициент рождаемости:

$ОВИ\ (k_{рожд.}) = \frac{1{,}89}{146{,}65} \cdot 1000 = 12{,}89$ родившихся на 1000 населения.

Задачи для решения

Задача 1

Известны данные о платежах ФТС РФ в Федеральный бюджет:

Вид платежа	2008 год		2009 год	
	план	факт	план	факт
Таможенные платежи, перечисленные в федеральный бюджет, всего, млн рублей	4 611 754,7	4 694 483,3	3 472 044,0	3 519 804,9
в том числе:				
НДС	1 050 860,7	1 093 530,2	1 171 633,8	842 757,4
Акцизы при ввозе	31 735,9	35 235,8	29 568,5	19 783,5
Вывозные таможенные пошлины	2 858 075,9	2 859 293,7	1 442 050,4	2 042 204,3
Ввозные таможенные пошлины	596 270,2	625 574,4	677 149,2	467 206,6
Таможенные сборы и иные платежи	74 812,0	80 849,2	151 642,1	147 853,1

Определить: 1) Относительные величины выполнения плана и относительные величины структуры по каждому виду платежа за каждый год.

Задача 2

В 2016 году в Иркутской области было введено 912,6 квадратных метров жилья. План по вводу жилья в 2017 году составил 900 тысяч квадратных метров. Фактически в 2017 году было введено 966,1 тысяч квадратных метров жилой площади. Определить показатели планового задания, динамики и выполнения плана по вводу жилья.

Задача 3

Потребление электроэнергии в РФ в 2015 году составляло 1060,2 млрд. кВт. часов, в 2016 году – 1078,4 млрд. кВт. часов. Численность населения РФ на 1.01.2015 года составляла 146,3 млн. человек, на 1.01. 2016 года – 146,5 млн. человек, на 1.01.2017 года – 146,8 млн. человек. Определить, на сколько процентов изменилось потребление электроэнергии на душу населения в 2016 году по сравнению с 2015 годом.

Задача 4

Известны данные по денежным агрегатам России, млрд р.:

Показатель	2010 год	2011 год
Денежная масса М2	16766,18	20725,47
Наличные деньги М0	4319,24	5204,68

Определить долю наличных денег в общем объеме денежной массы за каждый год, а также относительные величины динамики денежной массы.

Задача 5

По данным таблицы определить товарную структуру импорта в РФ (в %):

Товарные группы	Объем импорта на 1 января 2018 года, млн дол.
Импорт - всего	15533
в том числе:	
Продовольственные товары и сельскохозяйственное сырье (кроме текстильного) для их производства	2195
Минеральные продукты	333
Продукция химической промышленности, каучук	2897
Кожевенное сырье, пушнина и изделия из них	83,2
Древесина и целлюлозно-бумажные изделия	263
Текстиль, текстильные изделия и обувь	1138
Металлы, драгоценные камни и изделия из них	1184
Машины, оборудование и транспортные средства	6829
Прочие товары	611

Задача 6

Затраты топлива на производство продукции во втором квартале отчетного года характеризуются следующими данными:

Топливо	Объем затрат, тыс. тонн		
	апрель	май	июнь
Мазут	45	48	34
Бензин	35	35	28
Уголь	38	43	48

Теплота сгорания мазута – 39,2 мДж/кг, бензина - 44 мДж/кг, угля – 22 мДж/кг. Сделайте пересчет в условное топливо и проведите анализ изменения совокупной добычи этих ресурсов.

Задача 7

Предприятием консервной продукции района было выпущено:

Виды продукции	Вес или объем банок, г или см^3	Кол-во банок по плану, тыс. шт.	Кол-во банок по факту, тыс. шт.
Зеленый горошек	425 г.	100	112
Говядина тушеная	338 г.	150	148
Огурцы соленые	500 см^3	700	706
Томаты натуральные	800,0 см^3	130	124
Молоко сгущенное	400 г	248	252

Определите общий объем произведенной продукции в условно-натуральных единицах по плану и фактически. Найдите относительную величину выполнения плана общего выпуска условных банок.

Задача 8

По Российской Федерации имеются следующие данные:

Численность населения на начало года	2001 г.	2017 г.
Все население, тыс. человек	146304	146804
В том числе:		
а) моложе трудоспособного возраста	28387	26895
б) старше трудоспособного возраста	29877	36685
в) в трудоспособном возрасте	88040	83224

Рассчитать относительные величины:

а) динамики, б) структуры, в) координации.

Задача 9

Имеются следующие данные о выпуске специалистов в Российской Федерации:

Данные	2005 г.	2010 г.
Выпуск специалистов высшими учебными заведениями всего, тыс. человек	1151,7	1467,9
В том числе обучающихся на отделениях:		
очном	570,5	689,8

Данные	2005 г.	2010 г.
вечернем	59,9	68,1
заочном и экстернат	521,3	710

Вычислить относительные величины:
а) структуры; б) динамики; в) координации.

Задача 10

Имеются следующие данные по Российской Федерации:

Численность населения	1.01.2016 г.	1.01.2017 г.	1.01.2018 г.
Все население, млн. человек	146,5	146,8	146,9
В том числе городское, млн. человек	108,6	109	109,3

Вычислить относительные величины:
а) динамики, б) структуры, в) координации.

Задача 11

По Российской Федерации имеются следующие данные по общей численности безработных (тыс. человек):

Годы					
2005	2006	2007	2008	2009	2010
5208	4999	4246	5289	6373	5636

Рассчитать цепные и базисные относительные величины динамики к показать их взаимосвязь.

Задача 12

По Иркутской области имеются следующие данные о распределении предприятий по формам собственности:

Год	2000	2005	2009	2010
Всего по городу, ед.	19403	29690	35181	31854
В том числе:				
государственные	777	841	732	669

Рассчитать относительные величины:
а) динамики, б) структуры, в) координации.

Задача 13

Имеются следующие данные по двум предприятиям.

Предприятия	Объем реализованной продукции в сопоставимых в ценах, млн р.		
	Базисный год	Плановое задание на отчетный год	Фактически за отчетный год
1	150	180	190
2	317	340	350

Вычислить относительные величины планового задания, выполнения плана и динамики объема реализованной продукции по двум предприятиям вместе.

Задача 14

Имеются следующие данные о численности работников предприятия за два года, чел.:

	Базисный год	Отчетный год
Весь промышленно-производственный персонал	1200	1100
В том числе:		
рабочие	1000	950
служащие	200	150

Определить относительные величины: а) структуры; б) динамики; в) координации.

Задача 15

Известны данные о производстве сметаны и творога за 5 лет. Перевести показатели в условную молочную продукцию (3,2 % жирности) и определить показатели динамики за каждый год:

Продукция	Годы				
	2012	2013	2014	2015	2016
Сметана, 20 % жирности	35	42	48	47	42
Творог, 5 % жирности	24	20	21	18	23

Задача 16

На одном из промышленных предприятий производство продукции планировалось увеличить по сравнению с прошлым периодом на 2 %. Выполнение плана по производству продукции составило 95 %. Как изменился фактический выпуск продукции по сравнению с прошлым периодом?

Задача 17

В торговом объединении было запланировано увеличить объем продаж на 12 % в 2017 году по сравнению с 2016 годом. Фактически план был недовыполнен на 3,4 %. Как изменился фактический объем продаж в 2017 году по сравнению с 2016 годом в миллионах рублей, если объем реализации в 2016 году составлял 35,9 миллионов рублей?

Задача 18

Данные о динамике импорта Иркутской области, млн дол.:

Год	2005	2006	2007	2008	2009
Импорт, млн дол.	812	1010	1341	1627	1020

Определить цепные и базисные абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста, абсолютное содержание 1 % прироста; средний объем импорта, средний абсолютный прирост, средний темп прироста. Сделать выводы.

5. Средние величины

Понятие средних величин

Средние величины представляют сводную, обобщенную характеристику статистической совокупности. Средняя одним числом характеризует все явление, абстрагируясь от случайности индивидуальных значений, и показывает какой размер этого явления приходится на единицу совокупности.

Средние величины могут быть как абсолютными, так и относительными (средняя заработная плата, средний процент выполнения плана).

Средняя величина правильно характеризует однородные по своему содержанию совокупности. Такая средняя будет типичной, так как она отражает то общее, что характерно для данной совокупности общественных явлений.

Если же совокупность в целом по составу неоднородна, то для получения типичных средних необходимо с помощью метода группировок расчленить такую совокупность на однородные группы и после этого исчислить средние величины для каждой группы отдельно.

В статистике применяется несколько видов средних величин, которые входят в две группы – степенные и структурные.

Степенные средние величины

Степенные средние в зависимости от представления исходных данных могут быть простыми и взвешенными.

Признак, по которому находится средняя, называется осредняемым признаком и обозначается $\bar{x}$. Величины осредняемого признака у каждой единицы совокупности называются индивидуальными его значениями или вариантами. Обозначаются как $x_1, x_2, \dots x_n$. Число повторений индивидуальных значений признака – это частоты или статистические веса, обозначаются f_1 , $f_2, \dots f_n$.

Если варианты значений признака (x) встречаются одинаковое число раз, расчеты проводятся по средней простой, если варианты повторяются неодинаковое число раз (имеет разные частоты f), то расчеты проводятся по средней взвешенной.

Формула степенной простой в общем виде:

$$\bar{x} = \left(\frac{\sum x_i^k}{n}\right)^{\frac{1}{k}} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k}{n}} = \sqrt[k]{\frac{x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k}{n}},$$

x_i– индивидуальное значение признака -й единицы совокупности, k – показатель степени средней величины, n – число единиц совокупности

Формула степенной средней взвешенной в общем виде:

$$\bar{x} = \left(\frac{\sum x_i^k f_i}{\sum f_i}\right)^{\frac{1}{k}} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k f_i}{\sum f_i}} = \sqrt[k]{\frac{x_1^k f_1 + x_2^k f_2 + \dots + x_n^k f_n}{\sum f_i}},$$

f_i– частота повторения i-й варианты.

При k = -1– средняя гармоническая, k = 0 – средняя геометрическая, k = 1 – средняя арифметическая, k = 2 – средняя квадратическая.

Правило мажорантности средних величин

Если рассчитать все виды средних для одних и тех же исходных данных, то значения их окажутся неодинаковыми. Действует, так называемое, правило мажорантности средних: с увеличением показателя степени m увеличивается и соответствующая средняя величина:

$$\bar{x}_{\text{гарм}} \leq \bar{x}_{\text{геом}} \leq \bar{x}_{\text{арифм}} \leq \bar{x}_{\text{квадр}} \leq \bar{x}_{\text{куб}}$$

Выше было сказано, что рассмотренные виды степенных средних величин можно получить из формулы степенной средней.

При различных значениях показателя получаются различные средние.

Порядок возрастания этих средних определяет показатель степени k в формуле степенной средней, т.е. чем больше k, тем больше средняя:

k	-1	0	1	2
Название средней	гармоническая	геометрическая	арифметическая	квадратическая

Средняя арифметическая

Средняя арифметическая – наиболее распространенный вид средней. Она применяется в тех случаях, когда объем осредняемого признака по всей совокупности является суммой значений признаков отдельных ее единиц, например, фонд заработной платы – это сумма заработных плат отдельных рабочих и т. п. При исчислении средней арифметической сумма всех значений признаков делится на их число.

В зависимости от частоты повторения средняя арифметическая делится на два способа расчета:

1. средняя арифметическая простая, не учитывает повторяемость признака и применяется в двух случаях:

– если данные не сгруппированы,

– если данные сгруппированы, но частоты равны.

2. средняя арифметическая взвешенная, применяется в том случае, если частоты неравны.

Расчет средней арифметической взвешенной состоит в следующем:

1) находится произведение признака на частоту по группам,

2) эти произведения суммируются,

3) находится сумма частот,

4) сумма произведения делиться на сумму частот.

В интервальном ряду распределения расчет средней проводится следующим образом:

1) интервальный ряд превращается в дискретный, переходом от двух границ к центру интервала (исчисляется как арифметическая простая из крайних границ);

2) открытые интервалы закрываются по условной длине, равной длине соседнего интервала.

В остальном расчет осуществляется, как и в дискретном ряду.

Средняя арифметическая простая исчисляется путем деления суммы значений признака на число значений.

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n},$$

где $\bar{x}$ – средняя арифметическая,

x – отдельные значения признака;

n – число значений признака.

Пример

По состоянию на 14 октября имеются следующие данные о расходе металла 8 рабочими (кг): 17,2; 19,0; 20,0; 17,0; 18,0; 19,8; 18,0; 18,6.

Для того чтобы определить средний расход металла на одного рабочего, необходимо общий расход металла разделить на число рабочих:

$$\bar{x} = \frac{17{,}2+19{,}0+18{,}6+20{,}0+17{,}0+18{,}0+19{,}8+18{,}0}{8} = 18{,}45 \text{ кг.}$$

Если данные представлены в виде дискретного ряда распределения с неравными частотами значений признака, то расчет средней производится по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+\cdots+x_nf_n}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i},$$

x – значение признака; f – частота повторения соответствующего признака (веса).

Пример

Определить средние затраты времени на обработку детали по следующим данным:

Затраты времени (сек.) на обработку детали (x)	Число деталей (f)
46	250
48	400
50	150
Итого	800

$$\bar{x} = \frac{46\cdot250+48\cdot400+50\cdot150}{250+400+150} = 47{,}75 \text{ сек.}$$

Если данные представлены в виде интервального ряда распределения, то принцип расчета средней остается прежним, но предварительно вычисляется среднее значение признака для каждого интервала, представляющее полусумму нижнего и верхнего значений интервала:

$$\bar{x} = \frac{\sum x'_i f_i}{\sum f_i},$$

$$x' = \frac{x_н+x_в}{2}.$$

$x_н$– нижняя граница интервала,

$x_в$ – верхняя граница интервала.

Если есть интервалы с открытыми границами, то для первой группы величина интервала берется равной величине интервала последующей группы.

Существует и упрощенный способ расчета средней величины в интервальных рядах. Называется он «способ моментов». Данный способ основан на свойствах средних величин.

Согласно свойствам средней арифметической, если все частоты ряда уменьшить или увеличить в одинаковое количество раз, то средняя не изменится, если все варианты увеличить или уменьшить на одно и то же число или в одно и то же количество раз, то и средняя изменится на это же число или в это же количество раз.

Средняя способом моментов исчисляется так:

$$\bar{x} = A + m_1 i,$$

где m_1 – момент первого порядка.

Момент первого порядка определяется так:

$$m_1 = \frac{\left[\left(\frac{x' - A}{i}\right)\right] \cdot f}{\sum f},$$

A – постоянная величина, за которую принимается варианта (середина интервала) находящаяся в центре ряда.

i – величина интервала.

Пример

Известны следующие данные о распределении рабочих предприятия по стажу работы (лет).

Стаж работы (x)	Число рабочих (f)
до 5	15
5 – 10	25
10 – 15	12
15 – 20	28
20 и более	20

Определить средний стаж работы одного рабочего.

Среднее значение признака из интервального ряда можно определить двумя способами:

1) по средней арифметической взвешенной:

2) способом моментов:

I способ расчета:

$$\bar{x} = \frac{\sum x'_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2{,}5 \cdot 15 + 7{,}5 \cdot 25 + 12{,}5 \cdot 12 + 22{,}5 \cdot 20}{100} = 13{,}2 \text{ года.}$$

II способ расчета:

Для расчета вторым способом составим вспомогательную таблицу:

Стаж работы, лет (x)	Число рабочих, чел (f)	Середина интервала x'	$x' - A = x' - 12{,}5$	$(x' - A) / i = (x' - 12{,}5) / 5$	$\left(\frac{x' - A}{i}\right) \cdot f$
до 5	15	(0+5)/2=2,5	-10	-2	-30
5 -10	25	(5+10)/2=7,5	-5	-1	-25
10 - 15	12	(10+15)/2=12,5	0	0	0
15 - 20	28	(15+20)/2=17,5	+5	+1	+28
20 и более	20	(20+25)/2=22,5	+10	+2	+40
Итого	100	-	-	-	13

Подставив данные таблицы в формулы, получим:

$m_1 = \frac{13}{100} = 0{,}13$,

$\bar{x} = 12{,}5 + 0{,}13 \cdot 5 = 13{,}2$ года.

Оба способа расчета дали одинаковый результат.

Средняя гармоническая

Средняя гармоническая – это величина, обратная средней арифметической. Применяется, если заданы объемы явлений (объемы признаков), но не известны частоты.

По способу расчета средняя гармоническая бывает:

1) *Простая.* Применяется, когда объемы признака (n) равны.

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}.$$

2) *Взвешенная*. Применяется, когда известны индивидуальные значения признака (x), но не заданы веса (f), которые входят сомножителем в известный объемный показатель ($M = x\,f$).

$$\bar{x} = \frac{M}{\sum \frac{M}{x}}.$$

В практической работе часто возникает задача выбора формы средней величины между средней арифметической взвешенной и средней гармонической взвешенной. Для этого необходимо составить исходную схему расчета показателя:

$\text{Среднее значение признака} = \frac{\text{Объем признака}}{\text{Число единиц,обладающих данным признаком}}.$

$\text{Средняя заработная плата} = \frac{\text{Фонд оплаты труда}}{\text{Численность работников}}.$

$\text{Средняя выработка} = \frac{\text{Объем произведенной продукции}}{\text{Численность работников}}.$

$\text{Средняя себестоимость} = \frac{\text{Общие затраты на производство}}{\text{Количество произведенной продукции}}.$

$\text{Средняя скорость} = \frac{\text{Общее пройденное расстояние}}{\text{Общее время движения}}.$

$\text{Средний размер вклада в банке} = \frac{\text{Общая сумма вкладов}}{\text{Количество вкладов}}.$

Если в условии задачи известен знаменатель исходной схемы, а неизвестен числитель, то применяется средняя арифметическая взвешенная.

Если известен числитель, а знаменатель – нет, то используется средняя гармоническая взвешенная.

Пример

Три предприятия производят одинаковые товары. Себестоимость одного товара составляет: на 1-ом предприятии 50 р., на 2-ом 60 руб., на 3-ем 80 р.

Определить среднюю себестоимость товара при условии, что общие затраты на производство товара на всех предприятиях одинаковы.

Составим исходную схему расчета (исходное соотношение):

$$\text{Средняя себестоимость} = \frac{\text{Общие затраты на производство}}{\text{Количество произведенной продукции}}.$$

Так как общие затраты на всех предприятиях одинаковы, а значения признака (себестоимости) известны (x), расчет выполняем по средней гармонической простой:

$$\bar{x} = \frac{1+1+1}{\frac{1}{50}+\frac{1}{60}+\frac{1}{80}} = 60{,}6 \text{ р.}$$

Пример

Средняя выработка продукции на одного рабочего за смену в двух цехах завода, вырабатывающих однородную продукцию, характеризуется следующими данными:

Бригада №	Цех № 1		Бригада №	Цех № 2	
	дневная выработка продукции, шт.	число рабочих, чел		дневная выработка продукции, шт.	объем произведенной продукции, шт.
I	20	8	IV	38	418
II	30	11	V	36	432
III	35	16	VI	20	140

Определить среднюю дневную выработку продукции рабочих по каждому цеху.

Логическое исходное соотношение:

$$\text{Средняя выработка} = \frac{\text{Объем произведенной продукции}}{\text{Численность работников}}.$$

По первому цеху расчет произведем по средней арифметической взвешенной, поскольку по условию задачи известен знаменатель логической схемы расчета, т. е. число рабочих или частота появления признака:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{20 \cdot 8 + 30 \cdot 11 + 35 \cdot 16}{8+11+16} = 30 \text{ шт.}$$

По второму цеху – по средней гармонической взвешенной, т.к. известен числитель логической схемы расчета, т.е. объем произведенной продукции, и не известен знаменатель – число рабочих:

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{418+432+140}{\frac{418}{38}+\frac{432}{36}+\frac{140}{20}} = 33 \text{ шт.}$$

Пример

Автомобиль проехал 1000 км, из них 480 км он прошел со скоростью 60 км/час, 320 – со скоростью 80 км/час и 200 км – со скоростью 50 км/час. Определите среднюю скорость, с которой совершался рейс.

Логическое исходное соотношение:

$\text{Средняя скорость} = \frac{\text{Расстояние}}{\text{Время}}$,

В этой задаче опять известны только значения признака, а значения частот (время) не даны, однако имеются данные о пройденном расстоянии, которое является произведением признака на частоту. В этом случае средняя рассчитывается по формуле средней гармонической взвешенной:

$\bar{x}_{\text{гарм}} = \frac{480+320+200}{\frac{480}{60}+\frac{320}{80}+\frac{200}{50}} = 62.5 \text{ км/ч}$,

Средняя квадратическая и средняя кубическая

Средняя квадратическая и средняя кубическая необходимы для расчета средних значений, когда исходные данные представлены в квадратных или кубических единицах измерения.

Например, средняя квадратическая используется для вычисления средней величины стороны квадратных участков, средних диаметров труб, среднего отклонения от норм.

Средняя кубическая используется при определении средней длины стороны кубов.

Если при замене индивидуальных величин признака на среднюю величину необходимо сохранить неизменной сумму квадратов исходных величин, то средняя будет являться квадратической средней величиной.

Средняя квадратическая простая исчисляется по следующей формуле:

$$\overline{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{x_1^2+x_1^2+\cdots x_n^2}{n}},$$

где x_i – значения признака, n – число признаков.

Средняя квадратическая взвешенная:

$$\overline{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}},$$

где f_i – веса.

Средняя кубическая простая определяется по формуле:

$$\sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3}{n}} = \sqrt[3]{\frac{x_1^3+x_1^3+\cdots x_n^3}{n}},$$

где где x_i – значения признака, n – число признаков.

Средняя кубическая взвешенная:

$$\sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3 f_i}{\sum f_i}},$$

где f_i – веса.

Пример

Имеются три участка земельной площади со сторонами квадрата: x_1 = 100 м; x_2= 200 м; x_3 =300 м. Определить среднюю сторону квадрата (участка).

Заменяя разные значения длины сторон на среднюю, мы, очевидно, должны исходить из сохранения общей площади всех участков.

Арифметическая средняя величина (100+200+300)/3 =200 м не удовлетворяет этому условию, так как общая площадь трех участков со стороной 200 м была бы равна: $3 \cdot (200)^2 = 120\,000 м^2$.

В то же время площадь исходных трех участков равна:

$(100)^2 + (200)^2 + (300)^2 = 140\,000$ м^2.

Правильный ответ дает квадратическая средняя:

$\bar{x} = \sqrt{\frac{(100)^2+(200)^2+(300)^2}{3}} = 216$ м.

Средняя геометрическая

Средняя геометрическая применяется для осреднения относительных величин. Чаще всего используется для определения средних коэффициентов роста, темпов роста и темпов прироста. Средняя геометрическая простая исчисляется по следующей формуле:

$$\overline{x} = \sqrt[m]{\prod x} = \sqrt[m]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_m},$$

где m – число коэффициентов роста,

x– относительные величины (коэффициенты роста).

Средний коэффициент роста можно определить и по значениям первого и последнего членов динамического ряда. Если первый уровень ряда обозначить y_0, а последний – y_n, то средняя геометрическая примет вид:

$$\overline{x} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

где n – число уровней ряда (число периодов).

Пример

Определить среднегодовой коэффициент роста выпуска продукции на заводе, если в 2012 году было произведено продукции на 21,15 млн руб., а в 2017 году было запланировано произвести продукции на 35 млн руб.

Когда имеются данные о первом периоде (в нашем случае – выпуск продукции в 2012 году на сумму 21,15 млн руб.) и в последнем периоде (в задаче – выпуск продукции по плану в 2017 году на сумму тыс.35 млн руб.), среднегодовой коэффициент роста определяется так:

$\overline{x} = \sqrt[6-1]{\frac{35}{21,15}} = 1,106.$

Структурные средние

Мода, медиана, децили, квартили – это структурные средние величины.

Мода – это наиболее часто встречающееся значение признака в совокупности. В дискретном ряду моде соответствует наибольшая частота. В интервальном вариационном ряду модальное значение определяют так:

$$Mo = x_0 + i \cdot \frac{f_0 - f_1}{f_0 - f_1 + f_0 - f_2},$$

где Mo – мода,

x_0 – нижняя граница модального интервала, т. е. интервала, которому соответствует наибольшая частота,

i – величина модального интервала,

f_0 – частота модального интервала,

f_1 и f_2 – частоты интервалов, предшествующего и последующего за модальным.

$$Me = x_0 + i\frac{\frac{\sum f}{2} - S_{m_e - 1}}{f_{m_e}},$$

где Me – медиана,

x_0 – нижняя граница медианного интервала, т. е. интервала, где находится средняя частота,

i – величина медианного интервала,

$S_{m_e - 1}$ – сумма накопленных частот до медианного интервала,

f_{m_e} – частота медианного интервала.

Медиане соответствует интервал, в котором первая из накопленных частот больше или равна половине суммы всех частот, т.е. $S \geq \frac{\sum f}{2}$.

Квартили и децили исчисляются по той же схеме. Сначала находятся накопленные частоты. Затем по накопленным частотам определяют интервал, соответствующий искомой квартили или децили.

Децили делят совокупность на 10 равных частей, квартили – на четыре.

Первая квартиль делит совокупность на 25 % и 75 %, определяется по формуле:

$$Q_1 = x_0 + i\frac{\frac{\sum f}{4} - S_{Q_1 - 1}}{f_{Q_1}}.$$

Первая квартиль находится в том интервале, где первая накопленная частота $S \geq \frac{\sum f}{4}$.

Третья квартиль делит совокупность на 75 % и 25 %, определяется по формуле:

$$Q_3 = x_0 + i\frac{\frac{3\sum f}{4} - S_{Q_3 - 1}}{f_{Q_3}}.$$

Третья квартиль находится в том интервале, где первая накопленная частота $S \geq \frac{3\sum f}{4}$.

Первая дециль делит совокупность на 10 % и 90 %, определяется по формуле:

$$D_1 = x_0 + i\frac{\frac{\sum f}{10} - S_{D_1 - 1}}{f_{D_1}}.$$

Первая дециль находится в том интервале, где первая накопленная частота $S \geq \frac{\sum f}{10}$.

Девятая дециль делит совокупность на 90 и 10 %, определяется по формуле:

$$D_9 = x_0 + i\frac{\frac{9\sum f}{10} - S_{D_9 - 1}}{f_{D_9}}.$$

Девятая дециль находится в том интервале, где первая накопленная частота $S \geq \frac{9\sum f}{10}$.

Структурные средние часто применяются на практике. Например, при анализе уровня жизни населения рассчитывают коэффициент дифференциации доходов населения. Он исчисляется следующим образом:

$$K_{\text{дифф.}} = \frac{D_9}{D_1},$$

где D_9 – нижняя дециль по доходам населения или наименьший доход 10 % населения с самыми высокими доходами, D_1 – верхняя дециль по доходам населения или наибольший доход 10 % населения с самыми низкими доходами.

Медиана часто используется при обработке данных в медицине.

Квартили применяются при распределении научных журналов по степени цитируемости и значимости в научном сообществе. Так, лучшие журналы попадают в первую и вторую квартиль.

Пример

Данные о распределении населения по среднедушевому денежному доходу приведены в таблице:

Группы населения по среднедушевым денежным доходом, р./мес.	Удельный вес каждой группы, в % к итогу
Все население	100,0
в том числе:	
До 5000	1,9
5000–10000	6,4
10000–15000	26,2
15000–20000	34,5
20000–25000	23,8
25000 и выше	7,2

Определить среднедушевой месячный доход, модальный и медианный доход, квартили доходов, нижнюю и верхнюю децили, коэффициент дифференциации доходов населения.

Для расчета показателей составим вспомогательную таблицу:

Среднедушевой денежный доход, р./мес.	Численность населения, % к итогу f_i	Середина интервала x'_i	$x'_i f_i$	Накопленная частость численности населения f'_i
До 5000	1,9	2500	4750	1,9
5000–10000	6,4	7500	48000	8,3
10000–15000	26,2	12500	327500	34,5
15000–20000	34,5	17500	603750	69,0
20000–25000	23,8	22500	535500	92,8
25000 и выше	7,2	27500	198000	100
Итого	100		1717500	

Среднедушевой денежный доход определим по формуле средней арифметической взвешенной:

$\overline{x} = \frac{1717500}{\sum 100} = 17175$ р.

Для исчисления модального дохода определим модальный интервал по наибольшей частоте. Наибольшая частота равна 34,5 %, соответственно модальный интервал 15000-20000.

Модальный доход:

$Mo = 1500 + 5000 \cdot \frac{34{,}5-26{,}2}{34{,}5-26{,}2+34{,}5-23{,}8} = 17184{,}2$ р.

Таким образом, наиболее часто встречающийся доход населения 17184,2 рубля.

Для определения медианы вычислим накопленные частоты.

$69 > \frac{\sum f}{2} > 50$, значит медиана находится в интервале 15000-20000.

Медианный доход:

$Me = 15000 + 5000 \cdot \frac{50-34{,}5}{34{,}5} = 17246{,}4$ р.

Следовательно 50 % населения имеет доход меньше, чем 17246,4 рубля и 50 % – больше, чем 17246,4 рубля.

Нижняя квартиль:

$Q_1 = 10000 + 5000 \cdot \frac{25-8{,}3}{26{,}2} = 13187$ р.

Следовательно, 25 % населения имеет доход меньше, чем 13187 рублей, и 75 % населения имеет доход больше, чем 13187 рублей.

Верхняя квартиль:

$Q_3 = 20000 + 5000 \cdot \frac{75-69}{23{,}8} = 21260{,}5$ р.

Следовательно, 75 % населения имеет доход меньше, чем 21260,5 рублей, и 25 % населения имеет доход больше, чем 21260,5 рублей.

Нижняя дециль:

$D_1 = 10000 + 5000 \cdot \frac{10-8{,}3}{26{,}2} = 10324{,}4$ р.

Верхняя дециль:

$D_9 = 20000 + 5000 \cdot \frac{90-69}{23{,}8} = 24411{,}7$ р.

Децильный коэффициент дифференциации:

$K_{\text{дифф.}} = \frac{24411{,}4}{10324{,}4} = 2{,}36.$.

Таким образом, разница между доходами 10 % самых богатых и 10 % самых бедных слоев населения составляет 2,36 раз.

Задачи для решения

Задача 1

Известны данные о распределении наличных денег в купюрах в России на начало 2007 и 2017 годов:

Наличные деньги в купюрах	Удельный вес отдельных купюр в общей сумме, %	
	1.01.2007 (d_0)	1.01.2017 (d_1)
Всего	100,0	100,0
в т. ч. банкноты достоинством:		
10 рублей	0	7
50 рублей	1	10
100 рублей	4	1
500 рублей	21	4
1000 рублей	69	22
5000 рублей	0	73

Определить показатели средней купюрности за каждый год.

Задача 2

По двум группам предприятий одной отрасли промышленности имеются следующие данные о заработанной плате:

1 группа			2 группа		
№ предприятия	Средняя зарплата, тыс. р.	Численность работающих	№ предприятия	Средняя зарплата, тыс. р.	Фонд оплаты по труду, тыс. р.
1	49,0	100	1	50,0	4500
2	52,0	120	2	54,0	5670
3	56,0	90	3	57,0	4950

По каждой группе предприятий определить среднюю зарплату, указав вид средней величины.

Задача 3

Данные о распределении населения по среднедушевому денежному доходу населения в регионе приведены в таблице:

Все население	100,0
в том числе со среднедушевым денежным доходом, р./мес.:	
До 7000	3,4
7000 - 14000	5,6
14000 - 21000	21
21000 - 28000	43
28000 - 35000	12
35000 - 42000	10
42000 - 49000	3
49000 и выше	2

Определить среднедушевой месячный доход, модальный и медианный доход, квартили и децили доходов, нижнюю и верхнюю децили, децильный коэффициент дифференциации доходов населения.

Задача 4

Данные о перевозке грузов автотранспортным предприятием приведены в таблице:

	январь	февраль	март	апрель	май	июнь	июль	август	сен-тябрь	октябрь	ноябрь	декабрь
Перевезено грузов, тыс. тонн	35	40	42	50	52	47	64	59	56	54	67	43

Определить среднемесячный коэффициент роста грузовых перевозок

Задача 5

По двум предприятиям известны следующие данные о выработке рабочих и объеме произведенной, продукции:

№ предприятия	Базисный период			Отчетный период		
	Средняя выработка на 1 рабочего, р.	Количество производственных участков	Число рабочих	Средняя выработка на 1 рабочего, р.	Количество производственных участков	Общий объем продукции, тыс. р.
1	1200	5	50	1300	4	58,5
2	1450	7	70	1480	6	91,76

По двум предприятиям вместе в базисном и отчетном периодах рассчитать среднюю выработку на одного рабочего, указав виды используемых средних величин.

Задача 6

За два отрезка времени известны следующие данные о затратах времени на производство однородной продукции:

№ предприятия	Базисный период		Отчетный период	
	Затраты времени на единицу продукции, час	Количество продукции, единиц	Затраты времени на единицу продукции, час	Затраты времени на весь выпуск, час.
1	4,1	50	214,5	3,9
2	4,6	80	420	4,2
3	5	40	153	5,1

В каждом из периодов по трем предприятиям вместе определить средние затраты времени на производство единицы продукции. Указать вид используемых средних величин.

Задача 7

Имеются следующие данные о расходе сырья на производство однородной продукции по двум предприятиям:

№ предприятия	Базисный период		Отчетный период	
	Расход сырья на 1 т готовой продукции, кг	Количество израсходованного сырья, кг	Расход сырья на 1 т готовой продукции, кг	Готовая продукция, т
1	700	14000	690	25
2	680	14960	675	28

Определить средний расход сырья на 1 т готовой продукции за каждый период по двум предприятиям вместе. Обосновать выбор способа расчета средней.

Задача 8

Известны данные по двум акционерным обществам:

1 акционерное общество			2 акционерное общество		
№ предприятия	Плановый объем производства, млн р.	Процент выполнения плана	№ предприятия	Фактический объем производства, млн р.	Процент выполнения плана
1	220	98	1	150	97
2	190	100	2	180	101
3	270	90	3	230	99
4	190	102			

По каждой группе предприятий определись средний процент выполнения плана по объему производства.

Указать вид используемых средних величин.

Задача 9

Имеются следующие данные о выработке продукции и затратах рабочего времени на ее производство по двум заводам:

Завод	Базисный период		Отчетный период	
	Выпуск продукции, млн р.	Выработка на 1 человеко-день, р.	Отработано человеко-дней	Выработка на 1 человеко-день, р.
Завод 1	22	1000	2100	1200
Завод 2	25,74	1300	1900	1500

Определить среднюю выработку на один отработанный человеко-день по двум заводам в целом: а) в базисном периоде; б) в отчетном периоде.

Объяснить выбранные способы расчета средней.

Задача 10

По трем объединенным торговым предприятиям известны следующие данные:

№ предприятия	Фактический объем товарооборота, тыс. р.	Процент выполнения плана	Процент возвращенных покупателями товаров
1	3000	98	1
2	2500	100	1,5
3	2800	99	0,5

Определить средний процент выполнения плана и средний процент возвращенных покупателями товаров, указав виды средних величин.

Задача 11

Известны данные о затратах топлива по предприятию. Перевести топливо в условное топливо с теплотой сгорания 29,3 МДж/кг. Определить среднемесячный темп роста объема затраченного топлива в сумме.

Виды топлива	Теплота сгорания, МДж/кг	Затраты топлива:			
		январь	февраль	март	апрель
Каменный уголь	26,8	27	30	22	18
Газ	49,0	30	34	40	41
Бензин	45,0	56	55	49	44
Дизельное	42,7	100	89	95	94

Задача 12

Среднегодовая численность работников организаций по строительной отрасли Иркутской области характеризуется следующими данными:

Годы	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Среднегодовая численность работников	44286	39640	38635	37681	33521	46013	48237	45108	42368

Определить: базисные и цепные темпы прироста численности работников, а также средний темп прироста за 9 лет.

Задача 13

Известно распределение населения региона по группам доходов. По этим данным рассчитайте модальный и медианный доход населения:

Распределение населения по доходам, р.	Численность данной группы, тыс. чел.
До 10000	40
10000-20000	65
20000-30000	105
30000-40000	87
40000-50000	13
50000-60000	11
60000-70000	8
70000 и выше	5

Задача 14

Известны следующие данные рыночной продажи товара:

Продавец	Первое полугодие		Второе полугодие	
	Цена за единицу, р.	Количество проданных ед., тыс.	Цена за единицу, р.	Выручка от продажи, тыс. р.
1	20	25	22	660
2	22	25	24	720
3	25,5	25	25	750
Итого	–	75	–	2130

Определите среднюю цену за каждое полугодие. Объясните выбор формулы в каждом случае.

Задача 15

Сделайте подстановку (проставьте номера определений, соответствующих данным показателям):

Номер определения	Определение	Номер показателя	Показатель
1	Варианта, стоящая в середине ранжированного ряда		Средняя квадратическая
2	Наиболее часто встречающееся значение признака		Средняя арифметическая взвешенная
3	Используется при вычислении среднего коэффициента роста		Средняя хронологическая
4	Сумма взвешенных вариантов признака, деленная на сумму весов		Средняя геометрическая
5	Применяется, когда приходится осреднять величины, входящие в исходную информацию в виде квадратических функций		Мода
6	Используется при вычислении средних значений признака в моментных рядах динамики		Медиана

6. Показатели вариации и выборочное наблюдение

Вариация признака – это изменчивость его численных значений. Для измерения вариации признака используют ряд показателей; размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

Самым фундаментальным показателем вариации является дисперсия. При решении задач, где следует определить дисперсию, желательно для облегчения вычислений воспользоваться способом «моментов». Причем этим способом предварительно рассчитывают среднюю величину.

В условиях этих задач обычно дан интервальный вариационный ряд распределения. Открытые интервалы, т. е. не имеющие верхней или нижней границы, следует «закрыть», приравнивая шаг интервала к соседнему.

Средняя величина исчисляется способом моментов следующим образом:

$$M_1 \cdot i + A,$$

где M_1 – момент первого порядка;

i – величина (шаг) интервала;

A – постоянное число, обычно варианта с наибольшей частотой.

Момент первого порядка – это тоже средняя величина, вычисленная из уменьшенных значений признака:

$$M_1 = \frac{\sum\left(\frac{X-A}{i}\right)\cdot f}{\sum f}.$$

Расчет средней способом моментов основан на ее свойствах. Дисперсия по способу моментов определяется следующим образом:

$$\sigma^2 = i^2(M_2 - M_1^2),$$

где σ^2 – дисперсия;

M_2 – момент второго порядка.

$$M_2 = \frac{\sum\frac{(x-A)^2}{i}\cdot f}{\sum f}.$$

Другие способы расчета дисперсии:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i-\overline{x})^2 f_i}{\sum f_i},$$

$$\sigma^2 = \overline{x_i^2} - (\overline{x})^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum xf}{\sum f}\right)^2.$$

Среднее квадратическое отклонение (σ) – это корень квадратный из дисперсии, т. е. $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

Среднее квадратическое отклонение показывает, на сколько в среднем конкретные варианты отличаются от средней величины.

Коэффициент вариации V характеризует относительную степень вариации и определяется:

$$V = \frac{\sigma}{\overline{x}} \cdot 100.$$

Если коэффициент вариации >33 %, то рассматриваемая совокупность является однородной (колебания индивидуальных значений признака небольшая).

По коэффициенту вариации можно судить о типичности средней величины. В однородной совокупности средняя величина является типичной.

Пример

Известны следующие данные о продаже товара за два года:

Квартал	2008 год		2011 год	
	Цена, р.	Количество проданных товаров, тыс. шт.	Цена, р.	Выручка от продажи товаров, тыс. р.
1	23	30	28	980
2	25	20	29	522
3	25	15	30	600
4	30	10	32	640
Итого	–	75	–	2742

Выявить степень устойчивости цен посредством вариационного анализа (коэффициентов вариации). Сделать выводы.

Определим средние цены в 2008 году и в 2011 году:

$$\overline{p_0} = \frac{23\cdot 30+25\cdot 20+30\cdot 10}{75} = 24{,}87 \text{ р.},$$

$$\overline{p_1} = \frac{2742}{\frac{980}{28}+\frac{522}{29}+\frac{600}{30}+\frac{640}{32}} = 29{,}48 \text{ р.}$$

Рассчитаем среднее квадратическое отклонение за каждый год:

В 2008 году:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(23-24{,}87)^2+(25-24{,}87)^2+(25-24{,}87)^2+(30-24{,}87)^2}{75}} = 2{,}217 \text{ р.}$$

В 2011 году:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(28-29{,}48)^2\cdot 35+(29-29{,}48)^2\cdot 18+(30-29{,}48)^2\cdot 20+(32-29{,}48)^2\cdot 20}{75}} = 1{,}514 \text{ р.}$$

Коэффициент вариации в 2008 году равен:

$$V = \frac{2{,}217}{24{,}87}\cdot 100 = 8{,}91\ \%.$$

Коэффициент вариации в 2011году равен:

$$V = \frac{1{,}514}{29{,}48}\cdot 100 = 5{,}14\ \%.$$

Значения коэффициентов вариации <33 %, то есть говорят о том, что цены устойчивы, не подвержены большим внутригодовым колебаниям.

В некоторых случаях возникает необходимость измерить вариацию альтернативного признака (может принимать только два значения). Обозначив отсутствие интересующего нас признака через 0, его наличие через 1, долю единиц, обладающих данным признаком – через p, не обладающих – через q, дисперсию альтернативного признака можно определить следующим образом:

$$\sigma^2 = p\cdot q = p\cdot(1-p).$$

Пример

В банке 73 % работников имеют высшее образование. Дисперсия данного признака равна:

$$\sigma^2 = 0{,}73 \cdot (1 - 0{,}73) = 0{,}19.$$

Правило сложения дисперсий

На вариацию признака влияют различные причины и факторы, которые делятся на случайные и систематические.

В связи с этим возникает необходимость в определении случайной систематической составляющей и её роли в общей вариации.

Общую дисперсию мы рассмотрели ранее. Она характеризует общую вариацию признака под влиянием всех причин, вызывающих эту вариацию и исчисляется по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x-\overline{x})^2 f_i}{\sum f_i}.$$

Для определения влияния постоянного фактора на величину вариации пользуются аналитической группировкой.

Вариация, обусловленная фактором, положенным в основание группировки, называется межгрупповой вариацией.

Размеры ее определяются при помощи межгрупповой дисперсии, которая характеризует отклонения групповых средних от общей средней:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\overline{x_i}-\overline{x})^2 f}{\sum f},$$

где $\overline{x_i}$ – средняя по каждой отдельной группе,

$\overline{x}$ – средняя по всей совокупности,

n – число единиц совокупности,

f – частоты или веса.

Для определения влияния случайных факторов и их роли в общей вариации определяют внутригрупповую дисперсию, а затем среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x-\overline{x_i})^2}{\sum f},$$

где x – индивидуальные значения признака,

$\overline{x_i}$ – групповые средние.

Средняя из групповых дисперсий определяется по формуле:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2}{\sum f}.$$

Общая дисперсия признака равна сумме межгрупповой дисперсии и средней из внутригрупповых дисперсий.

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2.$$

На базе общей и межгрупповой дисперсии можно определить коэффициент детерминации η^2 и показатель взаимосвязи явлений – эмпирическое корреляционное отношение η.

Коэффициент детерминации характеризует долю вариации группировочного признака в общей вариации результативного признака. Коэффициент детерминации определяется отношением межгрупповой и общей дисперсии:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}.$$

Эмпирическое корреляционное отношение показывает тесноту связи (силу интенсивности) между группировочным и результативным признаками. Оно определяется как корень квадратный из коэффициента детерминации:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}.$$

Для качественной оценки тесноты связи пользуются шкалой Чеддока:

Значения η	0,1-0,3	0,3-0,5	0,5-0,7	0,7-0,9	0,9-0,99
Сила связи	Слабая	Умеренная	Заметная	Тесная	Весьма тесная

Определение предельной ошибки выборки с помощью дисперсии

С помощью дисперсии можно рассчитать предельную ошибку выборки для расчета средней величины и доли.

Предельная ошибка для средней величины – $\Delta\tilde{x}$ рассчитывается следующим образом:

$$\Delta\tilde{x} = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где t – коэффициент доверия, связанный с определенной степенью вероятности; например при вероятности 0,997 t = 3. При вероятности 0,954 t = 2;

σ^2 –дисперсия признака;

n – численность выборочной совокупности;

N – численность генеральной совокупности.

Выражение $(1 - \frac{n}{N})$ означает долю необследованных единиц и используется в качестве множителя только при бесповторном отборе.

После определения предельной ошибки находят возможные границы генеральной средней:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_{\tilde{x}},$$

где $\tilde{x}$ – выборочная средняя.

При разных видах выборки используются разные виды дисперсий. Так, при механической выборке используется общая дисперсия, при серийной выборке – средняя из групповых дисперсий, при районированной выборке - межгрупповая дисперсия.

Возможная граница генеральной доли находится:

$$\rho = W \pm \Delta W,$$

где p – доля единиц, обладающих изучаемым признаком в генеральной совокупности;

W – доля единиц, обладающих изучаемым признаком в выборочной совокупности;

ΔW – предельная ошибка для доли:

$$\Delta W = t\sqrt{\frac{W(1-W)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}.$$

Выборочная доля определяется отношением числа единиц, обладающих изучаемым признаком, к общему числу обследованных единиц – $W = \frac{m}{n}$.

Пример.

В результате 10 % механической выборки были получены следующие данные о весе изделий:

Группы изделий по весу, г.	Число изделий
до 4	2
4–6	8
6–8	17
8–10	10
свыше 10	3
Итого	40

Рассчитать:

1) используя способ «моментов» средний вес изделий, дисперсию, среднее квадратическое отклонение;

2) коэффициент вариации;

3) моду и медиану;

4) с вероятностью 0,997 средний вес изделий во всей их совокупности;

5) с вероятностью 0,954 пределы удельного веса изделий до 6 граммов.

Расчет средней и дисперсии способом «моментов» приведем в таблице:

Группы изделий по весу, г.	Число изделий, f	Середина интервала, x	x–A A=7	$\frac{x-A}{i}$	$\left(\frac{x-A}{i}\right)f$	$\left(\frac{x-A}{i}\right)^2$	$\left(\frac{x-A}{i}\right)^2 f$
до 4	2	3	3–7 = –4	–2	–4	4	8
4–6	8	5	–2	–1	–8	1	8
6–8	17	7	0	0	0	0	0
8–10	10	9	2	1	10	1	10
свыше 10	3	11	4	2	6	4	12
Итого	40	x	x	x	4	x	38

Отсюда момент первого порядка:

$$M_1 = \frac{\sum\left(\frac{x-A}{i}\right)f}{\sum f} = \frac{4}{40} = 0{,}1.$$

Средний вес изделий:

$$\tilde{x} = M_1 \cdot i + A = 0{,}1 \cdot 2 + 7 = 7{,}2(\text{г}).$$

Дисперсия:

$$\sigma^2 = i^2(M_2 - M_1^2) = 2^2(0{,}95 - 0{,}1^2) = 3{,}76.$$

$$M_2 = \frac{\sum\left(\frac{x-A}{i}\right)^2 f}{\sum f} = \frac{38}{40} = 0{,}95.$$

Среднее квадратическое отклонение: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{3{,}76} = 1{,}94$ г.

Следовательно, вес отдельных; изделий отличается от среднего веса в среднем на ± 1,94 грамма.

Коэффициент вариации: $v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\ \% = \frac{1{,}94}{7{,}2} \cdot 100\ \% = 26{,}9\ \%$.

Значит, совокупность изделий по весу довольно однородна.

Рассчитаем моду веса изделий. Модальный интервал находится против частоты – 17, так как это наибольшая частота.

$$Mo = 6 + 2 \cdot \frac{17-8}{(17-8)+(17-10)} = 7{,}125 \text{ г.}$$

Отсюда следует, что чаще всего встречаются изделия с весом 7,125 г.

Определим медиану веса. Медиане соответствует срединная частота. Всего частот –40, делим на 2, получается, что медианному интервалу соответствует 20 частота. Накапливая частоты (2 + 8) = 10, 10 + 17 = 27, видим, что 20 частота находится в третьей группе. До этой группы накоплено 10 частот. Используя ранее приведенную формулу, делаем цифровые подстановки:

$$Me = 6 + 2 \cdot \frac{\frac{40}{2}-10}{17} = 7{,}18 \text{ г.}$$

Следовательно, половина изделий с весом до 7,18 г, другая половина с весом свыше 7,18 г.

Близкие друг другу значения средней, моды, медианы (7,2; 7,125; 7,18) еще раз подчеркивают однородность совокупности изделий по весу. Теперь определим предельную ошибку для средней величины:

$$\Delta\bar{x} = \pm\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = 3\sqrt{\frac{3{,}76}{40}\left(1-\frac{40}{400}\right)} = 0{,}87 \text{ г.,}$$

где 400 – численность генеральной совокупности (40 : 10 % х 100 %).

Следовательно, с вероятностью 0,997 средний вес изделия во всей их совокупности можно ожидать в пределах: 7,2 ± 0,87, т. е. от 6,33 г до 8,7 г.

Отвечаем на последний вопрос задачи, т. е. находим предельную ошибку для доли. Предварительно определим долю изделий с весом до 6 г в выборочной совокупности: (2 + 8): 40= 0,25 (25 %).

$$\Delta w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = 2\sqrt{\frac{0{,}25\cdot 0{,}75}{40}\left(1-\frac{40}{400}\right)} = 0{,}13\ (13\ \%).$$

Значит, удельный вес изделий с весом до 6 г, с вероятностью 0,954 можно ожидать в пределах: 25 % ± 13 %, т. е. от 12 до 38 %.

Задачи для решения

Задача 1

Для определения среднего процента влажности продукции была произведена 5 % механическая выборка:

Группы продукции по влажности, %	Количество продукции, ед.
до 3	8
3–6	20
6–9	40
9–12	22
свыше 32	10
Итого	100

На основании полученных данных рассчитать:

1) средний процент влажности продукции, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, используя способ «моментов»;

2) коэффициент вариации;

3) медиану влажности изделий;

4) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборочного среднего процента влажности и возможные границы среднего процента влажности от всей генеральной совокупности продукции;

5) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочной доли и границы удельного веса изделий с влажностью свыше 12 %.

Кратко пояснить полученные результаты.

Задача 2

В одной из отраслей промышленности в результате 10 % механического отбора было обследовано 40 предприятий. Были получены следующие данные по числу занятых работников на этих предприятиях:

Группы по числу занятых, чел	Число предприятий
до 50	3
50–100	8
100–150	12
150–200	10
200-250	6
свыше 250	1
Итого	40

На основе этих данных рассчитать:

1) среднюю численность занятых на одном предприятии, используя способ «моментов»;

2) дисперсию, среднее квадратическое отклонение числа занятых рабочих и коэффициент вариации;

3) с вероятностью 0,997 предельную ошибку числа занятых рабочих на одном предприятии и пределы среднего числа занятых на одном предприятии отрасли в целом;

4) с вероятностью 0,954 найти пределы удельного веса предприятий в отрасли с численностью занятых рабочих от 50 до 150 человек;

5) моду и медиану численности занятых рабочих.

Пояснить смысл вычисленных показателей.

Задача 3

Для определения среднего размера приусадебного участка в одном из районов области было обследовано методом механического отбора 80 дворов. Получены следующие данные:

Группы по размерам приусадебных участков, $м^2$	Число дворов
до 100	5
100–200	18
200–300	34
300–400	17
Свыше 400	6
Итого:	80

На основе полученного ряда распределения определить:

1) средний размер приусадебного участка, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, используя способ «моментов»;

2) коэффициент вариации;

3) модальный размер приусадебного участка;

4) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочного среднего размера приусадебного участка и пределы этого размера во всей совокупности дворов;

5) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборочной доли и границы удельного веса дворов с размером приусадебного участка от 100 до 300 $м^2$.

Кратко пояснить полученные результаты.

Задача 4

Известны следующие данные о выработке рабочих предприятия. Данные получены на основе механической выборки. Было отобрано 5 % рабочих–сдельщиков.

Группы по выработке за смену, единиц	Число рабочих
до 5	3
5–7	8
7–9	20
9–11	6
свыше 11	2
Итого	40

Н основе этих данных рассчитать:

1) среднюю выработку одного рабочего, используя способ «моментов»;

2) дисперсию и среднее квадратическое отклонение выработки;

3) коэффициент вариации;

4) моду выработки;

5) медиану выработки;

6) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборочной доли и границы удельного веса рабочих, выработка которых выше средней сменной выработки;

7) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочной средней и возможные пределы, в которых ожидается средняя сменная выработка рабочих всего предприятия.

Задача 5

С целью изучения затрат времени на производство деталей «А» была проведена 10 % механическая выборка.

Группы по затратам времени, час	Число деталей
до 4	6
4–6	18
6–8	24
8–10	8
свыше 10	4
Итого	60

На основе полученного ряда распределения определить:

1) средние затраты времени на производство одной детали, дисперсии и среднее квадратическое отклонение, используя способ «моментов»;

2) коэффициент вариации;

3) медиану затрат времени на производство единицы продукции;

4) с вероятностью 0,997 – предельную ошибку выборочных средних затрат времени и пределы этих затрат во всей партии деталей «А»;

5) с вероятностью 0,954 – предельную ошибку выборочной доли и границы удельного веса деталей с затратами времени на их производство свыше 6 часов.

Кратко пояснить полученные результаты.

Задача 6

В целях изучения возраста рабочих завода проведена 5 % механическая выборка, в результате которой получены следующие данные:

Группы рабочих по возрасту, лет	Число рабочих
до 20	7
20–24	15
24–28	18
28–32	22
32–36	16
36–40	12
свыше 40	10
Итого	100

На основании данных, приведенных в таблице вычислить:

1) средний возраст рабочих;

2) дисперсию и среднее квадратическое отклонение возраста рабочих;

3) коэффициент вариации;

4) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочной средней и возможные пределы, в которых ожидается средний возраст рабочих у всех рабочих завода;

5) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборочной доли и границы удельного веса числа рабочих, у которых возраст старше 40 лет;

6) медиану. Пояснить ее смысл.

Задача 7

В целях определения среднего веса изделий проведена 10 % механическая выборка, в результате которой получен следующий ряд распределения:

Группы изделий по весу, г	Число изделий, ед.
до 22	10
22–24	14
24–26	50
26–28	20
свыше 28	6
Итого	100

Н основе полученных данных определить:

1) средний вес изделий, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, используя способ «моментов»;

2) коэффициент вариации;

3) модальный вес изделия;

4) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочной средней и возможные границы среднего веса изделий во всей генеральной совокупности изделий;

5) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборочной доли и границы удельного веса изделий с весом от 24 до28 г.

Кратко пояснить полученные результаты.

Задача 8

При выборочном обследовании зольности угля открытого месторождения в порядке случайной повторной выборки получены следующие результаты:

Процент зольности	Число проб
13–15	40
15–17	100
17–19	200
19–21	110
21–23	50
Итого	500

На основании полученных данных определить:

1) среднюю зольность угля;

2) дисперсию и среднее квадратическое отклонение зольности угля;

3) коэффициент вариации;

4) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочной средней и возможные пределы, в которых ожидается средняя зольность всего месторождения угля;

5) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборочной доли и границы удельного веса числа проб, имеющих процент зольности выше среднего;

6) моду. Пояснить ее смысл.

Задача 9

Для изучения тесноты связи между выпуском продукции (результативный признак) и оснащенностью заводов основными производственными фондами (факторный признак) по данным задачи 1 главы «Сводка и группировка статистических данных» вычислите коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Поясните их значение.

Задача 10

Для изучения тесноты связи между стажем рабочих (факторный признак) и уровнем оплаты труда (результативный признак) по данным задачи 2 главы «Сводка и группировка статистических данных вычислите коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Поясните их значение.

Задача 11

Дни изучения тесноты связи между производительностью труда рабочим (результативный признак) и оснащенностью заводов основными производственными фондами (факторный признак) по данным задачи 3 главы «Сводка и группировка статистических данных вычислите коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Поясните их значения.

Задача 12

Для изучения тесноты связи между себестоимостью единицы продукции (результативный признак) и размером выпуска продукции (факторный признак) по данным задачи 4 главы «Сводка и группировка статистических данных» вычислите коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Поясните их значение.

7. Ряды динамики

Понятие и виды рядов динамики. Показатели в рядах динамики

Рядом динамики называется ряд последовательно расположенных во времени статистических показателей, называемых уровнями ряда.

В зависимости от того, выражают уровни ряда состояние явления на определенные моменты времени (на даты) или его величину за определенные периоды времени (месяц, декаду, квартал, полугодие, год) различают соответственно моментные и интервальные ряды динамики.

Уровни ряда динамики могут выражаться абсолютными, относительными и средними величинами.

В рядах динамики рассчитывают следующие показатели: абсолютный прирост, коэффициент роста, темп роста, темп прироста, абсолютное содержание 1 % прироста. Их определяют базисным, цепным способами и определяют их средние значения. Формулы показателей анализа ряда динамики приведены в таблице:

Показатели	Способ расчета	
	базисный	цепной
Абсолютный прирост (в единицах измерения уровней ряда)	$\Delta_б = y_i - y_0$	$\Delta_ц = y_i - y_{i-1}$
Коэффициент роста (в разах)	$k_б = \frac{y_i}{y_0}$	$k_ц = \frac{y_i}{y_{i-1}}$
Темп роста (в %)	$T_б = k_б \cdot 100 = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100$	$T_ц = k_ц \cdot 100 = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100$
Темп прироста (в %)	$T_{пр.б} = \frac{\Delta_б}{y_0}$ $T_{пр.б} = (k_б - 1) \cdot 100$ $T_{пр.б} = T_б - 100$	$T_{пр.ц} = \frac{\Delta_ц}{y_{i-1}}$ $T_{пр.ц} = (k_ц - 1) \cdot 100$ $T_{пр.ц} = T_ц - 100$
Абсолютное содержание 1 % прироста (в единицах измерения уровней ряда)	-	$A1\ \% = \frac{\Delta_ц}{T_{пр.ц}}$

Условные обозначения в таблице: y_i – уровень текущего периода, y_{i-1} – уровень периода, предшествующего текущему, y_0 – базисный уровень (как правило, первый уровень в ряду динамики).

Средние показатели динамики

Методы расчета среднего уровня ряда динамики зависят от его вида и способов получения статистических данных.

В интервальном ряду динамики с равностоящими уровнями расчет производится по формуле средней арифметической простой:

$$\overline{y} = \frac{\sum y}{n},$$

где n – количество периодов.

Если интервальный ряд динамики имеет не равностоящие уровни, то расчет производится по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\overline{y} = \frac{\sum yt}{t},$$

где t – количество периодов времени, в течение которых уровень не изменяется.

В моментных рядах динамики существует следующие варианты расчета среднего уровня:

1) для равных интервалов времени между датами используется средняя хронологическая:

$$\overline{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \cdots y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1},$$

2) для разных интервалов времени между датами используется средняя арифметическая взвешенная:

$$\overline{y} = \frac{\sum \overline{y}_i t_i}{t_i},$$

где $\overline{y_i}$ – средний уровень явления между двумя соседними датами.

$$\overline{y_i} = \frac{y_{\text{н}} + y_{\text{к}}}{2},$$

где $y_{\text{н}}, y_{\text{к}}$ – начальный и конечный уровни на i-м интервале,

t_i –длительность интервала времени между двумя соседними датами.

Средний абсолютный прирост определяется по формуле:

$$\overline{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{\text{ц}}}{n-1} = \frac{y_n - y_0}{n-1},$$

где y_n – последний уровень ряда.

Средний коэффициент роста рассчитывается по средней геометрической:

$$\overline{k} = \sqrt[n]{k_1 \cdot k_2 \cdot \ldots . k_{n-1} \cdot k_n},$$

где n – число цепных коэффициентов роста.

Есть и второй метод расчета среднего коэффициента роста:

$$\overline{k} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

где n – число периодов.

Средний темп роста исчисляется путем умножения среднего коэффициента роста на 100.

Средний темп прироста вычисляется так:

$$\overline{T_{\text{пр}}} = (\overline{k} - 1) \cdot 100 \text{ или}$$

$$\overline{T_{\text{пр}}} = \overline{T} - 100.$$

Среднее абсолютное содержание 1 % прироста рассчитывается по формуле:

$$\overline{A1\ \%} = \frac{\sum A1\ \%}{n-1}.$$

Пример

Рассчитать показатели динамики по данным о добыче нефти в России.

Нефть добытая, включая газовый конденсат, млн тонн	Годы						
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
	506	512	519	522	526	535	548

Рассчитанные показатели динамики приведем в табличной форме:

Показатели	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Добыча нефти, млн. тонн	506	512	519	522	526	535	548
Абсолютный прирост, млн. тонн							
цепной	–	6	7	3	4	9	13
базисный	–	6	13	16	20	29	42
Коэффициент роста							
цепной	1	1,012	1,014	1,006	1,008	1,017	1,024
базисный	1	1,012	1,026	1,032	1,04	1,057	1,083
Темп роста, %							
цепной	100	101,2	101,4	100,6	100,8	101,7	102,4
базисный	100	101,2	102,6	103,2	104	105,7	108,3
Темп прироста, %							
цепной	–	1,2	1,4	0,6	0,8	1,7	2,4
базисный	–	1,2	2,6	3,2	4	5,7	8,3
Абсолютное содержание 1 % прироста, млн. тонн	–	5	5	5	5	5,29	5,42

Средний уровень ряда:

$\overline{y} = \frac{506+512+519+522+526+535+548}{7} = 524$ млн тонн.

Средний абсолютный прирост:

$\overline{\Delta} = \frac{6+7+3+4+9+13}{6} = 7$ млн тонн.

$\overline{\Delta} = \frac{548-506}{7-1} = 7$ млн тонн.

Средний коэффициент роста:

$\overline{k} = \sqrt[6]{1{,}012 \cdot 1{,}014 \cdot 1{,}006 \cdot 1{,}008 \cdot 1{,}017 \cdot 1{,}024} = 1{,}013.$

$\overline{k} = \sqrt[7-1]{\frac{548}{506}} = 1{,}013.$

Средний темп роста:

$\overline{T} = 1{,}013 \cdot 100 = 101{,}3$ %.

Средний темп прироста:

$\overline{T_{\text{пр}}} = 101{,}3 - 100 = 1{,}3$ %.

Среднее абсолютное содержание одного процента прироста:

$\overline{A1\ \%} = \frac{5+5+5+5+5{,}29+5{,}42}{6} \approx 5{,}12$ млн. тонн.

Сопоставимость данных в рядах динамики

Одним из условий анализа в рядах динамики является сопоставимость данных. Причинами несопоставимости являются:

1. Несопоставимость по территории
2. Несопоставимость по единицам измерения
3. Несопоставимость по методике расчета показателей
4. Несопоставимость по кругу охватываемых объектов

В случае несопоставимости данных применяется смыкание рядов динамики.

Смыкание осуществляется двумя методами:

1. Использование коэффициентов пересчета. За год, когда возникла несопоставимость уровней, рассчитывается коэффициент, показывающий во сколько раз один уровень больше или меньше другого. Умножая на полученный коэффициент уровни ряда до изменения, приводят их к виду, сопоставимому с последующими уровнями.

2. Замена абсолютных уровней относительными, выраженными в базисных темпах роста. При этом уровень ряда за год, общий для сравниваемых рядов, принимается за 100 %. Остальные уровни пересчитываются по отношению к этой базе сравнения, и получается новый ряд динамики, состоящий из относительных показателей.

Пример

Известны данные по торговому объединению за 6 лет:

Объем продаж, млн р.	Годы					
	2012	2013	2014	2015	2016	2017
по 2-м предприятиям торгового объединения	254	248	241	253	–	–
по 3-м предприятиям торгового объединения	–	–	–	316	344	338

Необходимо сомкнуть ряд в абсолютном и относительном выражении.

Определим коэффициент пересчета прежних уровней для приведения их в сопоставимый вид.

$k_{\text{пересч}} = \frac{316}{253} = 1{,}249.$

Умножим уровни ряда до изменения (с 2012 по 2014 годы) на коэффициент пересчета. Результаты представим в таблице:

Объем продаж, млн руб. сопоставимый ряд	Годы					
	2012	2013	2014	2015	2016	2017
	317,3	309,8	301	316	344	338

Для того, чтобы сомкнуть ряд в относительном выражении, примем данные по объему продаж в 2015 году за 100 %. Остальные уровни пересчитаем по отношению к этой базе сравнения.

Данные занесем в таблицу:

Базисные темпы роста объема продаж, %	Годы					
	2012	2013	2014	2015	2016	2017
	100,4	98	95,3	100	108,9	107

Показатели опережения и ускорения

Для оценки роста показателей сравниваемых параллельных рядов динамики за один и тот же период времени рассчитывают коэффициент опережения.

Его исчисляют как отношение базисных темпов роста (или средних годовых темпов роста) за одинаковые отрезки времени по двум динамическим рядам:

$$K_{\text{опер}} = \frac{T_{\text{б}}^{(1)}}{T_{\text{б}}^{(2)}} \text{ или } K_{\text{опер}} = \frac{\overline{T^{(1)}}}{\overline{T^{(2)}}},$$

где $T_{\text{б}}^{(1)}$ и $T_{\text{б}}^{(2)}$ – базисные темпы роста первого и второго ряда динамики;

$\overline{T^{(1)}}$ $\overline{T^{(2)}}$ – среднегодовые темпы роста первого и второго ряда динамики соответственно.

При этом в качестве первого ряда динамики берется тот ряд, темпы роста для которого выше.

Для характеристики скорости изменения уровней одного и того же ряда динамики за отдельные периоды времени определяют коэффициент ускорения (замедления). Он рассчитывается также на основании базисных или среднегодовых темпов роста:

$$K_{\text{опер}} = \frac{T_{\text{б}}^{(2)}}{T_{\text{б}}^{(1)}} \text{ или } K_{\text{опер}} = \frac{\overline{T^{(2)}}}{\overline{T^{(1)}}}.$$

Выявление основной тенденции развития показателя

Одной из задач статистики при анализе рядов динамики является определение основной тенденции развития (тренда).

Основными показателями, дающими представление о тенденции развития явления во времени, являются цепные абсолютные приросты, цепные темпы роста и средние уровни.

Если расчет цепных показателей не позволил выявить тенденцию в ряду динамики, то переходят к обработке ряда с помощью методов, основанных на расчете средних уровней. К таким методам относятся: укрупнение интервалов времени, эмпирическое сглаживание (метод скользящей средней).

Укрупнение интервалов времени. Суть метода укрупнения интервалов времени в динамических рядах состоит в том, что берут данные за промежутки времени большей длительности по сравнению с первоначальными. Например, суточные данные заменяют пятидневными, декадными, месячными; месячные – квартальными, годовыми; годовые – трех-, четырех-, пятилетними и т.д. Укрупнение интервалов следует начинать с наименьшего возможного, т.е. интервала, объединяющего два уровня. В случае, если укрупнение по два уровня не дает возможности увидеть тенденцию, переходят к следующему возможному интервалу.

Сущность метода *скользящей средней* заключается в замене абсолютных уровней средними арифметическими за определенные периоды. При этом расчет средних ведется способом скольжения, т.е. постепенным исключением из принятого периода скольжения первого уровня и включением следующего.

Наиболее эффективным способом выявления основной тенденции развития является *аналитическое выравнивание*. При этом уровни ряда динамики выражаются в виде функции времени: $y_t = f(t)$.

Аналитическое выравнивание может быть осуществлено по уравнению прямой, параболы, логарифмической, степенной функции. Выбор формы уравнения производится на основе анализа характера закономерностей динамики изучаемого явления, как правило, графическим методом.

Чаще всего на практике при построении тренда используется уравнение прямой.

Уравнение прямой линии выражено формулой:

$$y_t = a_0 + a_1 t,$$

где y_t – значения выравненного ряда, которые нужно вычислить (теоретические уровни),

a_0 и a_1 – параметры прямой,

t – показатель времени (дни, месяцы, годы).

Для нахождения параметров прямой необходимо решить систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases},$$

где y – фактические уровни ряда динамики, n – число уровней ряда.

Для упрощения расчетов обозначим время так, чтобы начало отсчета времени приходилось на середину рассматриваемого периода. В случае нечетного количества периодов условные *t* примут следующие значения:

Годы	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й
t	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

В случае четного количества периодов условные *t* примут следующие значения:

Годы	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
t	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9

Если $\sum t = 0$, тогда система нормальных уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_0 = \frac{\sum y}{n} \\ a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} \end{cases}.$$

Пример

Имеются данные о потреблении электроэнергии в России за 9 лет, млрд кВт. час.

2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
1022,7	977,1	1020,6	1041,1	1063,3	1054,8	1064,9	1060,2	1078,4

Выявить основную тенденцию потребления электроэнергии за 2008 – 2016 годы: 1) методом сглаживания ряда с помощью скользящей средней; 2) методом аналитического выравнивания по уравнению прямой.

Сгладим ряд динамики по трехлетней скользящей средней, так как период колебаний равен трем годам.

Результаты расчета трехлетней скользящей средней представлены в следующей таблице:

Годы	Потребление электроэнергии, млрд. кВт.час.	Скользящая трехлетняя	Трехлетняя скользящая средняя
2008	1022,7	-	-
2009	977,1	3020,4	1006,8
2010	1020,6	3038,8	1012,9
2011	1041,1	3125,0	1041,7
2012	1063,3	3159,2	1053,1
2013	1054,8	3183,0	1061,0
2014	1064,9	3179,9	1060,0
2015	1060,2	3203,5	1067,8
2016	1078,4	-	-

Метод аналитического выравнивания по прямой

Расчет параметров a_0 и a_1:

Годы	Потребление электроэнергии, млрд. кВт.час.	Условные годы , t	t^2	yt	y_t
2008	1022,7	-4	16	-4090,8	1004,3
2009	977,1	-3	9	-2931,3	1013,9
2010	1020,6	-2	4	-2041,2	1023,4
2011	1041,1	-1	1	-1041,1	1033,0
2012	1063,3	0	0	0	1042,6
2013	1054,8	1	1	1054,8	1052,1
2014	1064,9	2	4	2129,8	1061,7
2015	1060,2	3	9	3180,6	1071,3
2016	1078,4	4	16	4313,6	1080,9
Итого	9383,1	0	60	574,4	9383,1

Следовательно, $a_0 = \frac{9383,1}{9} = 1042,57$, $a_1 = \frac{574,4}{60} = 9,57$

Таким образом, уравнение прямой имеет вид:

$y_t = 1042,57 + 9,57t.$

Подставив в это уравнение значения t, получим выравненные теоретически значения y_t. Занесем их в последнюю колонку таблицы.

Графическое изображение линии тренда представлено на рисунке.

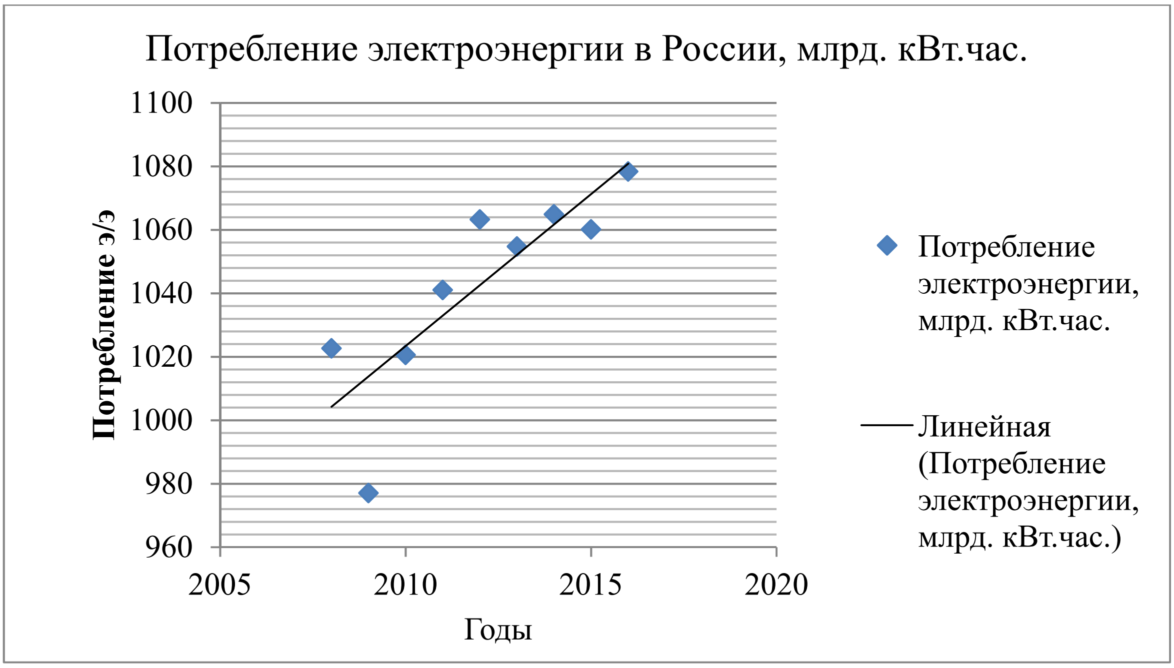

Рис. 1 Тренд потребления электроэнергии в России с 2008 по 2016 год

Изучение сезонных колебаний

Во многих отраслях экономики на показатели хозяйственной деятельности субъектов оказывает влияние сезонный фактор.

Характеризуют такое влияние индексы сезонности. Зная индексы сезонности, можно распределить плановый объем продукции, работ, услуг по месяцам или кварталам с учетом сезонных колебаний.

Индексы сезонности исчисляются по формуле:

$$I_{\text{сез}} = \frac{y_i}{\overline{y_{\text{общ}}}},$$

где y_i – средняя из фактических уровней одноименных месяцев (кварталов), $\overline{y_{\text{общ}}}$ –общая средняя за исследуемый период.

Если ряд динамики имеет тенденцию к развитию (снижается или повышается), то индексы сезонности исчисляются по формуле:

$$I_{\text{сез}} = \frac{\overline{y_i}}{\overline{\overline{y_i}}} \cdot 100,$$

где $\overline{\overline{y_i}}$ – средняя из сглаженных уровней одноименных месяцев.

Силу сезонных колебаний можно измерить, рассчитав среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(I_{\text{сез}}-1)^2}{n}}$$

или $= \sqrt{\frac{\sum(I_{\text{сез}}-100)^2}{n}}$ (если индексы сезонности выражены в %), n – количество месяцев или кварталов.

Если $\sigma \geq 33$ %, то сила сезонных колебаний считается высокой.

Пример

Известны данные об объеме строительной продукции области за три года:

Месяцы	Объем строительной продукции, млн руб.			$\overline{y_{\text{мес}}}$	$I_{\text{сез}}$
	2010 год	2011 год	2012 год		
январь	541	612,1	721,6	624,9	0,849
февраль	562,9	661,9	735,1	653,3	0,888
март	632,3	717	773,9	707,7	0,962
апрель	655,5	701,8	754,2	703,8	0,956
май	640,8	709,2	786,4	712,1	0,968
июнь	638	697,5	758,3	697,9	0,948
июль	658,2	746,2	763,7	722,7	0,982
август	653,1	767	761,3	727,1	0,988
сентябрь	638,9	769,9	784,6	731,1	0,994
октябрь	642,2	768,5	854,2	754,9	1,026
ноябрь	662,2	857,8	932	817,3	1,111
декабрь	743,3	1068,6	1120,3	977,4	1,328
Итого	7668,3	9077,6	9745,5	$\overline{y_{\text{общ}}}$=735,9	–

Определить величину сезонной волны, используя индексы сезонности.

Сначала определим среднемесячные уровни:

$$\overline{y_1} = \frac{541+612{,}1+721{,}6}{3} = 624{,}9,$$

$$\overline{y_2} = \frac{562{,}9+661{,}9+735{,}1}{3} = 653{,}3,$$

……………………………………..

$$\overline{y_{12}} = \frac{743{,}3+1068{,}6+1120{,}3}{3} = 977{,}4.$$

Остальные значения средних из фактических уровней месяцев приведены в таблице.

Далее определяем общую среднюю:

$$\overline{y_{\text{общ}}} = \frac{\sum \overline{y_{\text{мес}}}}{12} = \frac{624{,}9+653{,}3+707{,}7+\dots+977{,}4}{12} = 735{,}9.$$

Вычислим индексы сезонности для каждого месяца.

Например, для января значение индекса будет равно:

$$I_{\text{сез}} = \frac{624{,}9}{735{,}9} = 0{,}849\ (84{,}9\ \%).$$

Пример

По строительной организации имеются данные о распределении объема строительно-монтажных работ по кварталам за три года, млн руб.:

Кварталы	Объем строительно-монтажных работ по годам		
	2004	2005	2006
I	13	16,4	17
II	16,5	20,1	23,6
III	42	47	49
IV	28,3	32	33,7
Итого	99,8	115,5	123,3

Определить индексы сезонности, силу сезонных колебаний. Распределить плановый объем строительно-монтажных работ на 2013 год по кварталам, если он составляет 132 млн р.

Для расчета построим вспомогательную таблицу, в которую занесем данные о средней величине СМР за три года для каждого квартала и среднеквартальный объем СМР для всего ряда.

Кварталы	Объем строительно-монтажных работ по годам			В среднем за три года	$I_{\text{сез}}$, %
	2004	2005	2006		
I	13	16,4	17	15,47	54,8
II	16,5	20,1	23,6	20,07	71,1
III	42	47	49	46	163
IV	28,3	32	33,7	31,33	111
Итого	99,8	115,5	123,3	28,22	

$$I_{\text{сез}} = \frac{15{,}47}{28{,}22} \cdot 100 = 54{,}8\ \%,$$
$$I_{\text{сез}} = \frac{20{,}07}{28{,}22} \cdot 100 = 71{,}1\ \%,$$
$$I_{\text{сез}} = \frac{46}{28{,}22} \cdot 100 = 163\ \%,$$
$$I_{\text{сез}} = \frac{31{,}33}{28{,}22} \cdot 100 = 111\ \%.$$

Исчислим силу сезонных колебаний:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(54{,}8-100)^2+(71{,}1-100)^2+(163-100)^2+(111-100)^2}{4}} = 38{,}6\ \%.$$

Сила сезонных колебаний $> 33\ \%$, т. е. достаточно высокая.

Распределим план СМР на 2013 год (132 млн руб.) по кварталам с учетом сезонных колебаний:

I квартал: $\frac{132}{4} \cdot 0{,}548 = 18{,}1$ млн р.

II квартал: $\frac{132}{4} \cdot 0{,}711 = 23{,}5$ млн р.

III квартал: $\frac{132}{4} \cdot 1{,}63 = 53{,}8$ млн р.

IV квартал: $\frac{132}{4} \cdot 1{,}11 = 36{,}6$ млн р.

Задачи для решения

Задача 1

Известны следующие данные о производстве продукции на предприятии (в сопоставимых ценах, млн р.):

Годы	2013	2014	2015	2016	2017
Объем продукции	225	220	222	230	242

С целью анализа динамики производства продукции рассчитать:

1) абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста по годам и к 2007 г. Абсолютное содержание процента прироста;

2) среднегодовое производство продукции;

3) среднегодовой темп роста и прироста объема производства. Результаты представить в таблице. Построить график динамики производства продукции на предприятии. Сделать краткие выводы.

Задача 2

Имеется следующий ряд динамики:

Годы	2014	2015	2016	2017
ВВП РФ, млрд.р.	71406,4	80412,5	85880,6	92037,2

Определить:

1) абсолютные приросты, темпы роста и прироста (базисные и цепные), абсолютное значение одного процента прироста;

2) среднегодовой уровень;

3) среднегодовой темп роста и прироста;

4) построить график динамики ВВП. Сделать выводы.

Задача 3

Динамика производительности труда рабочих па предприятии характеризуется следующими данными:

Годы, тыс. р.					
2012	2013	2014	2015	2016	2017
120	98	100	115	123	130

С целью анализа динамики производительности труда рабочих рассчитать:

1) абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста по годам и к 1996 г., абсолютное содержание одного процента прироста. Полученные показатели представить в таблице;

2) среднегодовую выработку, если известно число рабочих за эти годы было следующим: 58 чел.; 50 чел.; 52 чел.; 54 чел.; 48 чел.; 50 чел.;

3) среднегодовой темп роста и прироста производительности труда. Построить график динамики производительности труда. Сделать краткие выводы.

Задача 4

Известны следующие данные о средней списочной численности работающих на предприятии:

Показатели	Годы				
	2013	2014	2015	2016	2017
Численность работающих, чел.	280	278	270	265	250

С целью анализа динамики численности работающих рассчитать:

1) абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста по годам и к 2007 г., абсолютное содержание одного процента прироста. Полученные показатели представить в таблице;

2) среднегодовую численность работающих (за все годы);

3) среднегодовой темп роста и прироста численности;

4) построить график динамики численности работающих на предприятии. Сделать краткие выводы.

Задача 5

Имеется следующий ряд динамики:

Годы	2007	2008	2009	2010
Воздушный транспорт РФ, млрд. пассажиро-километров	111,0	122,6	112,5	147,1

С целью анализа динамики воздушного транспорта вычислить:

1) абсолютные приросты. Темпы роста и прироста (базисные и цепные), абсолютное содержание одного процента прироста;

2) среднегодовой уровень;

3) среднегодовой темп роста и прироста;

4) построить график динамики объема воздушного транспорта. Сделать воды о тенденции развития воздушного транспорта.

Задача 6

В одном из районов города число посадочных мест на приватизированных предприятиях общественного питания характеризуется следующими данными:

Годы				
2013	2014	2015	2016	2017
120	98	100	115	123

С целью анализа динамики числа посадочных мест рассчитать:

1) абсолютные приросты, темпы роста и темпы прироста по годам и к 2007 г., абсолютное содержание процента прироста. Результаты представить в виде таблицы;

2) среднегодовое количество посадочных мест;

3) среднегодовой темп роста и прироста числа посадочных мест. Построить график динамики числа посадочных мест на приватизированных предприятиях общественного питания. Сделать краткие выводы.

Задача 7

По Российской Федерации имеются следующие данные о вводе в действие жилых домов, млн. м^2.

Годы				
2006	2007	2008	2009	2010
50,6	61,2	64,1	59,9	58,4

С целью анализа динамики ввода жилья подсчитать:

1) абсолютные приросты, темпы роста и прироста, абсолютное содержание процента прироста;

2) среднегодовой ввод жилья;

3) средний темп роста и средний темп прироста жилья за приведенные годы.

Задача 8

Известны следующие данные о производстве электроэнергии электростанциями по Российской Федерации, млрд. киловатт-часов.

Годы					
2005	2006	2007	2008	2009	2010
953	996	1015	1040	992	1038

Рассчитать:

1) абсолютные приросты, темпы роста, темпы прироста и абсолютное содержание процента роста;

2) среднегодовое производство пиломатериалов;

3) средний темп роста и средний темп прироста производства электроэнергии электростанциями;

4) построить график производства электроэнергии электростанциями.

Сделать краткие выводы.

Задача 9

Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда динамики и недостающие в таблице базисные показатели динамики по следующим данным производства часов:

Годы	Производство часов, млн. шт.	Базисные показатели динамики		
		Абсолютный прирост	Темп роста	Темп прироста
2009	55,1	–	100	–
2010		2,8		
2011			110,3	
2012				14,9
2013				17,1
2014			121,1	
2015		13,5		
2016				
2017		14		25,4

Задача 10

По данным о реализации произведенной строительной продукции в РФ заполнить пустые ячейки в таблице. Рассчитать силу сезонных колебаний строительной продукции:

Месяц	Объем строительных работ в РФ, млрд р.				Средне-месячный объем млрд р.	Индекс сезонности, %
	2009 год	2010 год	2011 год	2012 год		
январь	196,8	169,3	201,3	238,8		
февраль	201,6	177,2	224,9	257,3		
март	263,3	244,2	307,4	345,7		
апрель	293,6	284,8	334,7	383,1		
май	295,9	294,1	353,3	404,9		
июнь	359,7	379,9	471,1	534		
июль	369	372	457,5	505,2		
август	359,2	387,2	490,2	537,5		

Задача 11

Абсолютное содержание одного процента прироста составило в 2015г. - 4,2 тыс. руб., темп прироста выработки в 2015г. по сравнению с 2014 г составил 8 %, базисный коэффициент роста в 2016 г. составил 1,12, а абсолютный цепной прирост в 2017г. составил 82,тыс.р. Построить ряд динамики выработки продукции за 2014 - 2017 годы.

Задача 12

Известны следующие данные об урожайности пшеницы за 12 лет:

Годы	Урожайность,ц/га	Годы	Урожайность,ц/га	Годы	Урожайность,ц/га
2006	18	2010	20,1	2014	20,4
2007	19,5	2011	19,4	2015	19,6
2008	19,8	2012	17,8	2016	20,2
2009	17,5	2013	18,8	2017	21,5

Выявить основную тенденцию динамики урожайности, используя следующие методы; 1) укрупнение интервалов; 2) скользящую среднюю, 3) выравнивание по прямой.

Задача 13

По годовым итогам реализации произведенной строительной продукции в РФ необходимо выполнить следующее: рассчитать цепные и базисные показатели динамики объемов реализации продукции: абсолютный прирост, темп роста, темп прироста и абсолютное значение 1 % прироста; рассчитать средние показатели изменения годовых уровней ряда динамики: средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний темп роста и средний темп прироста.

Годы	Объем продукции, млрд р.	Абсолютный прирост, млрд р.		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1 % прироста, млрд р.
		базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	
2009	3998,3	–	–	–	–	–	–	–

Годы	Объем продукции, млрд р.	Абсолютный прирост, млрд р.		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1 % прироста, млрд р.
		базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	
2010	4206,1							
2011	5140,3							
2012	5711,8							

Задача 14

По месячным данным о объемах строительной продукции, произведенной предприятиями РФ за 2012 год осуществить сглаживание ряда динамики на основе применения методов: укрупнения интервалов (переход от помесячных данных к поквартальным); скользящей средней (с использованием трёхзвенной скользящей суммы); аналитического выравнивания ряда по прямой.

Месяцы	Объем строительной продукции, млрд р.	Месяцы	Объем строительной продукции, млрд р.
январь	238,8	июль	505,2
февраль	257,3	август	537,5
март	345,7	сентябрь	563,8
апрель	383,1	октябрь	593,8
май	404,9	ноябрь	553,8
июнь	534	декабрь	793,9

Задача 15

Имеются данные о товарообороте района по месяцам года в млрд р. : 1 - 7,4; 2 - 7,9; 3 - 8,7; 4 - 8,2; 5 - 7,9; 6 - 8,2; 7 - 8,8; 8 - 8,7; 9 - 8,7; 10 - 8,1; 11 - 8,3; 12 - 9. Произвести сглаживание методом скользящей средней и выравнивание ряда по прямой.

Задача 16

Известны данные о валовом региональном продукте в Иркутской области за 5 лет (млн р.):

Годы	2009	2010	2011	2012	2013
Валовой региональный продукт, млн р.	458774,9	546141,0	634561,4	737971,6	796587,0

По приведенным данным определить базисные и цепные темпы прироста, а также средний за 5 лет прирост ВРП.

8. Индексы

Индексы, их сущность и классификация

Все явления общественной жизни находятся в сложной связи и зависимости. С некоторыми допущениями все многообразие связей можно свести к двум видам: функциональным и корреляционным. Функциональные связи – это строгие, жесткие связи, корреляционные – проявляются в общем, среднем при достаточно большой совокупности явлений. Примером функциональной связи является зависимость валового сбора от средней урожайности и посевной площади. Примером корреляционной связи является зависимость выработки рабочего от размера его стажа.

Функциональные связи статистика изучает с помощью индексов, а корреляционные – с помощью корреляции, регрессии, дисперсионного анализа.

Слово «index» в переводе означает указатель, показатель. Большинство определений индексов сводится к оценке их как синтетических показателей, хотя индексы выполняют и аналитические функции. Следует различить индексы в широком и узком смысле слова.

В широком смысле слова индексы – это относительные величины планового задания, выполнения плана, динамики и пространственного сравнения.

В узком смысле слова индексы – это особый вид относительных величин, позволяющий решить две задачи.

1. Измерить общие результаты изменения какого-то явления по разнородной совокупности (элементы которой прямо несоизмеримы).

2. Измерить роль отдельных факторов в общей динамике сложного явления.

Обе задачи могут быть связаны с пространственными, временами сравнениями и сравнениями с планом.

Примером первой задачи может быть определение изменения физического объема (как бы в натуральном выражении) проданных товаров, или среднего изменения цен на товары.

Примером второй задачи является определение влияние на общее изменение объема продукции производительности труда рабочих и их численности. Ввиду многообразия индексов их классифицируют по ряду направлений.

1. В зависимости от объектов исследования различают индексы объемных (количественных) и качественных показателей. Первые – различные индексы физического объема, вторые – индексы производительности, себестоимости и т. д.

2. С точки зрения охвата элементов совокупности различают общие, групповые и индивидуальные индексы. Общие индексы (I) характеризуют изменение явления в целом по совокупности, групповые – по ее части, а индивидуальные (i) – ее отдельных элементов. Групповые индексы называют еще субиндексами.

Однако следует заметить, что в экономических исследованиях группа часто выступает либо как общее, либо как отдельная единица.

3. Что касается индивидуальных индексов, то их несколько условно называют индексами. Вообще, это просто относительные величины, так как никакими особыми признаками они не обладают. Тем не менее это название используется для увязки общего с частным.

4. В зависимости от формы построения общие индексы могут быть агрегатными и средними из индивидуальных.

5. С точки зрения выбранной базы расчета различают динамические индексы (цепные и базисные), индексы планового задания, выполнения плана, территориальные индексы.

6. По виду весов выделяют индексы с постоянными и переменными во времени весами.

7. По составу явления различают индексы переменного и постоянного состава.

Агрегатный индекс как основная форма индексов

Как было сказано, индексы выполняют две функции: синтетическую и аналитическую. Причем, исторически первой возникла синтетическая функция. Сами индексы были вызваны к жизни необходимостью учета прежде всего торговых операций: определения общего изменения цен, физического объема товарооборота. Такие задачи решаются путем построения агрегатных индексов.

Агрегатирование – это соединение частей в целое. Очевидно, что соединять в целое можно лишь соизмеримые между собой элементы. Поэтому построение агрегатных индексов основано на нахождении общего соизмерителя для отдельных единиц совокупности. Такие соизмерители в индексной теории называются весами, хотя в ряде случаев есть смысл называть их просто связующими признаками (например, в индексах цен). Признаки, изменение которых определяют с помощью индексов, называются индексируемыми (т. е. переменными) признаками.

Так, при определении изменения объема продажи товаров соизмерителем отдельных товаров является цена, а объем товаров в натуральном выражении будет индексируемым признаком.

Следовательно, агрегатный индекс – это такая относительная величина, в которой сопоставляется суммарное значение индексируемого признака (в соизмеренном виде) в отчетном периоде с суммарной величиной этого признака в каком-то базисном периоде (тоже в соизмеренном виде). Поскольку индекс должен показать изменение только индексируемого явления, то вес (соизмеритель, связующий признак) фиксируют в числителе и знаменателе на уровне одного и того же периода. Этим самым действие признака – веса элиминируется, т. е. исключается.

Возникает вопрос: на уровне какого отрезка времени следует зафиксировать вес? В отечественной индексной теории при этом придерживаются правила, базирующегося на одном из законов диалектики – законе перехода количественных изменений в качественные.

В соответствии с этим законом из двух категорий «количество» и «качество» более подвижной является первая.

Поэтому при индексировании количественных признаков качественные, выступающие весом берут на уровне базисного периода, а при индексировании качественных признаков количественные, выступающие весом, берут на уровне отчетного периода.

Поскольку при этом сравниваемые величины поддаются логической интерпретации, то агрегатный индекс считают основной формой индекса.

На базе любого агрегатного индекса можно найти и абсолютный прирост явления, если от числителя вычесть знаменатель.

Исторически первыми возникли индексы цен (I_p) и индексы физического объема (I_q). Подстрочные значки индексов – это первые буквы английских слов «цена» и «количество».

Эти индексы выглядят следующим образом:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1},$$

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0},$$

где 1 – отчетный период;

0 – базисный период.

В самом общем виде индексы качественных (x) показателей можно представить как:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1},$$

а индексы количественных (f) показателей:

$$I_f = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0}.$$

Средние индексы как преобразованная форма агрегатных

Всякий общий индекс можно рассчитать как по агрегатной форме, так и по форме средней взвешенной величины из индивидуальных индексов.

Поскольку агрегатный индекс является основной формой всякого экономического индекса, то средний из индивидуальных должен быть обязательно тождествен исходному агрегатному. Следовательно, средние индексы – это преобразованная форма агрегатных.

Особенность агрегатных индексов заключается в том, что и в числителе и знаменателе значения индексируемого признака (в соизмеренном виде) суммируются. Поэтому агрегатный индекс можно преобразовать только в два вида средних: среднюю арифметическую и среднюю гармоническую. При этом придерживаются следующего правила: вес в средних индексах должен быть реальной величиной, так как он задан самой действительностью.

В агрегатных индексах объемных показателей реальные величины находятся в знаменателе, а в индексах качественных показателей – в числителе. Следовательно, преобразованной формой индексов количественных показателей является средняя арифметическая величина, а качественных – средняя гармоническая. Хотя теоретически в обоих случаях пригодны обе средние.

В общем виде это преобразование выглядит следующим образом:

Агрегатный индекс	Индивидуальный индекс	Средний из индивидуальных индекс
Индексы количественных показателей		
$I_f = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0}$.	$i_f = \frac{f_1}{f_0} \rightarrow f_1 = f_0 \cdot i_f$.	$I_f = \frac{\sum x_0 f_0 i_f}{\sum x_0 f_0}$.
Индексы качественных показателей		
$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}$.	$i_x = \frac{x_1}{x_0} \rightarrow x_0 = \frac{x_1}{i_x}$.	$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum \frac{x_1 f_1}{i_x}}$.

К той или иной форме индексов прибегают в зависимости от особенностей исходных данных. Средние индексы применяются в случае отсутствия полной информации о количественных значениях индексируемого признака и веса у отдельных единиц совокупности.

Например, средний индекс цен обычно рассчитывают по средней гармонической, так как отсутствуют данные о продаже отдельных товаров в натуральном выражении, но имеются данные о фактическом товарообороте с изменением цен по группам.

Пример.

Известны следующие данные о товарообороте магазина:

Товарные группы	Товарооборот в отчетном периоде, тыс. р.	Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
А	7 000	без изменений
Б	6 000	+10
В	18 000	+20

Определить общее изменение цен (по всем товарным группам):

В исходной информации имеется числитель агрегатного индекса – это товарооборот в отчетном периоде, но нет знаменателя. Причем, определить знаменатель так, как это записано в индексе, не представляется возможным, поскольку нет сведений о p_0 и q_1, а также нет произведений $(p_0 q_1)$ в готовом виде.

На базе третьей графы таблицы можно определить индивидуальные индексы цен по товарным группам. Это: 1,0, 1,1 и 1,2. Чтобы перейти от темпов прироста цен, выраженных в процентах, к индексам, необходимо прибавить к соответствующему темпу прироста базу 100 % и разделить на 100 %.

Например, по товарной группе «В» $i_p = \frac{100+20}{100} = 1{,}2$.

Полученные индивидуальные индексы подставляем в формулу среднего гармонического индекса и получаем:

$$I_p = \frac{7000+6000+18000}{\frac{7000}{1}+\frac{6000}{1{,}1}+\frac{18000}{1{,}2}} = \frac{31000}{27454{,}5} = 1{,}129\ (112{,}9\ \%).$$

Следовательно, в среднем по трем товарным группам цены возросли на 12,9 %, за счет чего товарооборот в сумме увеличился на 3545,5 тыс. руб. (31000 – 27454,5) тыс. р.

Пример.

По предприятию известны следующие данные о реализации продукции:

Изделия	Объем реализации в базисном периоде, тыс. р.	% изменения количества реализованных изделий
А	4 500	–2
Б	8 000	–18
В	12 000	–10

Определить изменение физического объема реализации.

Исходную информацию обозначим следующим образом: вторая графа – это p_0q_0, а на основе следующей цифровой графы можно определить индивидуальные индексы физического объемам (0,98, 0,82 и 0,9).

Общий индекс физического объема составит:

$$I_q = \frac{0{,}98 \cdot 4500 + 0{,}82 \cdot 8000 + 0{,}9 \cdot 12000}{4500 + 8000 + 12000} = \frac{21770}{24500} = 0{,}889\ (88{,}9\ \%).$$

Физический объем реализации уменьшился на 11,1 %, или в стоимостном выражении на 2 730 тыс. руб.

Принципы построения системы аналитических индексов

Предыдущие вопросы раскрывали в основном синтетическую функцию индексов, но индексы выполняют и аналитическую функцию. С помощью индексов можно выявить влияние отдельных факторов на общее изменение явления. Эта задача решается путем построения системы аналитических индексов.

При построении таких систем опираются на следующие принципы:

Как и всякая другая система, система аналитических индексов должна характеризоваться определенной взаимосвязью, обусловленной природой самих явлений. В общем виде это:

$$x \cdot f = xf.$$

Размер товарооборота по какому-то товару – это произведение цены и количества этого товара, т. е. $p \cdot q = pq$.

Как видно, речь идет о взаимосвязи явлений в статике: произведение двух факторов дает общий объем результативного явления.

Очевидно также, что эта связь функциональная, следовательно, динамика этой связи изучается с помощью индексов. Для приведенных примеров это следующие системы:

$$I_x \cdot I_f = I_{xf} \text{ или } I_p \cdot I_q = I_{pq}$$

При построении системы аналитических индексов надо учитывать диалектику в развитии явлений, а именно: сначала изменяется количественный признак, а затем качественный на новой количественной основе.

Отсюда необходимо правильно выделить в системе количественный и качественный показатели. Количественные (объемные) – это те показатели, которые говорят о числе единиц совокупности, обладающих изучаемым явлением.

Качественный показатель говорит о среднем размере изучаемого явления у каждой единицы совокупности. Он выражается в тех же единицах, что и само изучаемое явление.

Вообще, выявление количественного и качественного признака осуществляется на основе логического рассуждения. В одной связи данный признак может быть количественным, а в другой – качественным.

Например, общий расход материала (M) на производство какого-то изделия представляет собой произведение удельного расхода материала (m) и количества изделий (q). Сумма же средств (P), затрачиваемых на приобретение этого материала для производства единицы изделия – это произведение цены на единицу материала (p) и удельного расхода (m). Следовательно, это:

$M = m \cdot q$ и $P = p \cdot m$.

В первом случае удельный расход материала (m) выступает в роли качественного показателя, а во втором – в роли количественного.

При выявлении действия каждого фактора действие других факторов элиминируют, т. е. исключают. Для этого «исключаемый» фактор фиксируют в сопоставляемых величинах на уровне одного и того же периода.

Всем этим требованиям отвечает агрегатная форма индексов. Например, индекс товарооборота I_{pq}, как индекс результативного явления, можно разложить на два индекса–фактора: индекс цен (I_p), и индекс физического объема товарооборота (I_q):

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}.$$

С помощью системы аналитических индексов нередко определяют изменение третьего показателя, когда изменения двух других известны.

Пример

Известно, что затраты на производство продукта возросли на 10 %, а физический объем продукции увеличился на 5 %. Как изменилась себестоимость этого продукта?

$I_{xf} = 1{,}1,$

$I_f = 1{,}05.$

Отсюда $I_x = \frac{I_{xf}}{I_f} = \frac{1{,}1}{1{,}05} = 1{,}047.$

Следовательно, себестоимость увеличилась на 4,7 %.

Система аналитических индексов объема явления

Разложение результативного признака на факторные с помощью системы индексов имеет свои особенности для объемных и качественных показателей.

Например, тот же товарооборот является объемным показателем, так как получается как итог суммирования выручки от продажи отдельных товаров.

Средняя же цена или средняя себестоимость и тому подобные величины – показатели качественные, они получаются путем соотношения двух объемных.

Изменение объема явления по совокупности зависит от изменения значений изучаемого признака у каждой единицы и от изменения числа единиц совокупности.

Простейшие системы такого вида выглядят следующим образом:

$$I_{xf} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_0} \cdot \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0}.$$

То есть индекс объема явления (объемного показателя) равен произведению индекса качественного показателя и индекса количественного показателя.

На базе этой системы индексов можно найти и абсолютный прирост всего объема явления, разложенный на влияние факторов.

Общий прирост объема явления:

$$\Delta_{xf} = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_0.$$

Прирост за счет действия качественного показателя:

$$\Delta_{xf(x)} = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_1.$$

Прирост за счет действия количественного показателя:

$$\Delta_{xf(f)} = \sum x_0 f_1 - \sum x_0 f_0.$$

Абсолютное изменение объема явления равно сумме абсолютных изменений по факторам:

$$\Delta_{xf} = \Delta_{xf(x)} + \Delta_{xf(f)}.$$

Пример.

Известны следующие данные о производстве продукции на предприятии:

Изделия	Объем производства, ед.		Цена за единицу, руб.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
А	500	400	1000	1500
Б	800	600	2500	3800

Определить, как изменилась стоимость произведенной продукции в относительном и абсолютном выражении и как отдельные факторы повлияли на это изменение.

Учитывая введенные обозначения (p и q) строим индексную систему:

$I_{pq} = I_p \cdot I_q$.

$I_{pq} = \frac{1500 \cdot 400 + 3800 \cdot 600}{1000 \cdot 500 + 2500 \cdot 800} = \frac{2880000}{2500000} = 1{,}152$ (115,2 %).

$\Delta_{pq} = 2880000 - 2500000 = 380000$ руб.

Стоимость произведенной продукции увеличилась на 15,2 % или на 380 тысяч рублей.

Это изменение обусловлено:

1. Динамикой цен:

$I_p = \frac{2880}{1000 \cdot 400 + 2500 \cdot 600} = \frac{2880000}{1900000} = 1{,}515$ (151,5 %).

$\Delta_{pq(p)} = 2880000 - 1900000 = 980000$ руб.

2. Динамикой физического объема продукции:

$I_q = \frac{1900000}{2500000} = 0{,}76$ (76 %).

$\Delta_{pq(q)} = 1900000 - 2500000 = -600000$ руб.

Следовательно, за счет роста цен увеличилась и общая стоимость продукции на 51,5 % или 980 тыс. руб., а за счет снижения выпуска продукции в натуральном выражении общая стоимость продукции снизилась на 24 % или на 600 тыс. р.

Проверим взаимосвязь индексов и абсолютных приростов:

$1{,}152 = 1{,}515 \cdot 0{,}76$,

$380000 = 980000 + (-600000)$.

Иногда результативное явление можно разложить не на два, а на три и более факторных. Например, объем продукции за месяц можно представить как произведение средней часовой выработки одного рабочего, средней продолжительности рабочего дня, среднего числа дней работы и среднего списочного числа рабочих.

В таком случае динамику явления и факторы этой динамики изучают с помощью цепного индексирования.

Цепное индексирование предполагает строгую последовательность при расположении факторов в цепи. Необходимо, чтобы последовательные произведения этих факторов, начиная с двух первых, с введением каждого последующего фактора, давали бы реальную, имеющую экономический смысл величину.

В таком случае на первом месте оказывается самый дробный для данной схемы качественный показатель, а на последнем – самый крупный количественный.

Действие факторов начинают выявлять с количественного показателя (обычно справа–налево), что соответствует сути развития явления. Остальные принципы построения таких систем остаются прежними.

В наиболее общем виде эти схемы выглядят следующим образом:

$$\frac{a_1 b_1 c_1}{a_0 b_0 c_0} = \frac{a_0 b_0 c_1}{a_0 b_0 c_0} \cdot \frac{a_0 b_1 c_1}{a_0 b_0 c_1} \cdot \frac{a_1 b_1 c_1}{a_0 b_1 c_1}.$$

Пример.

Известны следующие данные о работе предприятия на два месяца:

Показатели	Базисный месяц	Отчетный месяц
Средняя часовая выработка продукции на одного рабочего, р. «а»	2000	2100
Средняя продолжительность рабочего дня, час «в»	7,6	7,7
Среднее количество дней работы на одного рабочего «с»	22	21

Определить, как изменилась средняя месячная выработка на одного рабочего в отчетном месяце по сравнению с базисным (в относительном и абсолютном выражении) и влияние отдельных факторов на это изменение.

Средняя месячная выработка составила в базисном периоде:

$2000 \cdot 7{,}6 \cdot 22 = 334000$ р.,

в отчетном периоде:

$2100 \cdot 7{,}7 \cdot 21 = 339570$ р.

Следовательно, увеличение средней месячной выработки составило:

$\Delta_{abc} = 339570 - 334400 = 5170$ р.

$I_{abc} = \frac{339570}{334000} = 1{,}015$ (+1,5 %).

Данное изменение выработки было обусловлено сокращением числа дней работы в месяце:

$I_c = \frac{2000 \cdot 7{,}6 \cdot 21}{2000 \cdot 7{,}6 \cdot 22} = \frac{319200}{334000} = 0{,}955$ (−4,5 %).

В абсолютном выражении снижение выработки за счет этого фактора составило:

$\Delta_{abc(c)} = 319200 - 334000 = -15200$ р.

Изменение выработки также обусловлено увеличением продолжительности рабочего дня:

$I_b = \frac{2000 \cdot 7{,}7 \cdot 21}{2000 \cdot 7{,}6 \cdot 21} = \frac{323400}{319200} = 1{,}013$ (+1,3 %).

В абсолютном выражении прирост составляет:

$\Delta_{abc(b)} = 323400 - 319200 = 4200$ р.

На изменение средней месячной выработки повлияло изменение средней часовой выработки:

$I_a = \frac{2100 \cdot 7{,}7 \cdot 21}{2000 \cdot 7{,}7 \cdot 21} = \frac{339570}{323400} = 1{,}05$ (+5 %).

В абсолютном выражении прирост составляет:

$\Delta_{abc(a)} = 339570 - 323400 = 16170$ р.

Совместное влияние факторов составило:

В абсолютном выражении:

$16700 + 4200 - 15200 = 5170$ р.

В относительном выражении:

$1{,}05 \cdot 1{,}013 \cdot 0{,}955 = 1{,}015$ (+1,5 %).

Система индексов средних величин

Напомним, что средняя арифметическая взвешенная величина определяется следующим образом:

$$\overline{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}.$$

Средняя величина количественно формируется двумя факторами – зависит от значений изучаемого признака x_i и от структуры совокупности $\frac{f}{\sum f} = d$.

Динамику средней величины и факторы этой динамики статистика изучает с помощью системы трех индексов: индекса переменного состава, постоянного (фиксированного) состава и индекса структурных сдвигов.

Индекс переменного состава – это по существу показатель динамики средней величины. Он находится под влиянием двух ранее указанных факторов одновременно:

$$I_{\text{пер.с}} = \frac{\overline{x_1}}{\overline{x_0}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_0}.$$

Индекс постоянного состава показывает изменение средней под влиянием изменения индивидуальных значений признака:

$$I_{\text{пост.с}} = \frac{\overline{x_1}}{\overline{x_{\text{усл}}}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}.$$

Как видно из приведенной формулы, индекс постоянного состава равен общему индексу величины x.

Индекс структурных сдвигов характеризует динамику средней величины, обусловленную изменением в составе совокупности, т. е. структурными сдвигами:

$$I_{\text{стр.сдв.}} = \frac{\overline{x_{\text{усл.}}}}{\overline{x_0}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\sum x_0 d_1}{\sum x_0 d_0}.$$

Структурные сдвиги нередко приводят к статистическим парадоксам, когда общая средняя изменяется в другом направлении или в других пропорциях, чем средние по группам.

Связь между индексами следующая:

$$I_{\text{пер.с}} = I_{\text{пост.с}} \cdot I_{\text{стр.сдв.}}$$

Абсолютный прирост средней также можно разложить на влияние двух факторов, определенных на базе индексов постоянного состава и структурных сдвигов.

$$\Delta_{\overline{x}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} - \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}.$$

$$\Delta_{\overline{x}(x)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} - \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_1.$$

$$\Delta_{\overline{x}(d)} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} - \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \sum x_0 d_1 - \sum x_0 d_0.$$

Пример.

По двум предприятиям акционерного общества известны следующие данные о заработной плате и численности работников:

Предприятия	Средняя зарплата, р.		Численность работников, чел.	
1	14800	14800	500	580
2	14500	14400	300	220

Определить, как изменилась средняя зарплата по двум предприятиям вместе и за счет каких факторов.

Средняя зарплата в базисном периоде:

$\bar{x}_0 = \frac{14800 \cdot 500 + 14500 \cdot 300}{500+300} = \frac{11750000}{800} = 14687{,}5$ р.

Средняя зарплата в отчетном периоде:

$\bar{x}_1 = \frac{14800 \cdot 580 + 14400 \cdot 220}{580+220} = \frac{11752000}{800} = 14690$ р.

Отсюда изменение средней зарплаты:

$I_{\text{пер.с}} = \frac{14690}{14687{,}5} = 1{,}0002$ (100,02 %).

То есть средняя зарплата в целом по акционерному обществу несколько возросла – на 0,02 %, или 2,5 руб., в то время, как на предприятии № 1 она не изменилась, а на предприятии № 2 даже снизилась.

В этом одно из проявлений статистического парадокса.

Динамика средней зарплаты обусловлена:

1) динамикой зарплаты по предприятиям, а именно: некоторым снижением средней зарплаты по 2-му предприятию:

$I_{\text{пост.с}} = 14690 : \frac{14800 \cdot 580 + 14500 \cdot 220}{580+220} = \frac{14690}{14717{,}5} = 0{,}998$ (−0,2 %).

Следовательно, указанный фактор способствовал снижению общей средней зарплаты на 0,17 %, или на 27,5 р. (14 690 – 14 717,5);

2) структурными сдвигами:

$I_{\text{стр.сдв.}} = \frac{14717{,}5}{14687{,}5} = 1{,}002$ (+0,2 %).

Структурные сдвиги привели к росту средней зарплаты на 0,2 %, или на 30 р. (14 717,5 – 14 687,5).

Под структурными сдвигами в данном случае понимается изменение доли каждого предприятия в общем числе работников по этим предприятиям. В нашем примере увеличилась доля предприятия № 1 с 62,5 % ($\frac{500}{800} \cdot 100$) до 72,5 % ($\frac{580}{800} \cdot 100$), а на этом предприятии более высокая средняя зарплата.

Проверим наличие взаимосвязи индексов:

$0{,}998 \cdot 1{,}002 = 1{,}0002$.

Взаимосвязь абсолютных приростов:

$-27{,}5 + 30 = 2{,}5$ руб +2,5.

Индексы с постоянными и переменными весами

Индексы, являясь разновидностью относительных величин и, в частности, относительных величин динамики, могут быть цепными и базисными.

Цепные – это такие показатели, когда уровни последующего периода сопоставляются с уровнями предыдущего периода, а в базисных величинах каждый последующий уровень сопоставляется с каким-то одним, выбранным за базу, обычно с начальным уровнем ряда.

Поскольку индексы количественных (объемных) показателей исчисляются на основе базисных весов, то их считают индексами с постоянными во времени весами. Для этих индексов характерна взаимосвязь, как и для обычных цепных и базисных относительных величин динамики. Суть этой связи в том, что произведение последовательных цепных показателей дает соответствующий базисный, а отношение последующего базисного к предыдущему дает цепной показатель последующего периода. Покажем это схематически за 4 периода, обозначенных через 0, 1, 2, 3 для индексов физического объема.

Цепные индексы:

$$\frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0}, \frac{\sum x_0 f_2}{\sum x_0 f_1}, \frac{\sum x_0 f_3}{\sum x_0 f_2}.$$

Базисные индексы:

$$\frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0}, \frac{\sum x_0 f_2}{\sum x_0 f_0}, \frac{\sum x_0 f_3}{\sum x_0 f_0}.$$

Очевидно, что произведение трех цепных индексов дает базисный индекс для третьего отрезка времени. То есть произведение цепных индексов дает последний базисный индекс. А если базисный индекс третьего отрезка разделить на базисный индекс второго периода времени, то получится цепной индекс третьего отрезка времени. Такая взаимосвязь бывает полезной на практике.

Индексы качественных показателей строятся на основе отчетных весов, поэтому их считают индексами с переменными во времени весами. В общем виде индексы качественных показателей, построенные за те же периоды времени, будут следующими:

Цепные индексы:

$$\frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}, \frac{\sum x_2 f_2}{\sum x_1 f_2}, \frac{\sum x_3 f_3}{\sum x_2 f_3}.$$

Базисные индексы:

$$\frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}, \frac{\sum x_2 f_2}{\sum x_0 f_2}, \frac{\sum x_3 f_3}{\sum x_0 f_3}.$$

Как видно, здесь аналогичной связи с предыдущим случаем не наблюдается. То есть произведением цепных индексов цен нельзя точно получить базисный индекс.

Вместе с тем, на практике прибегают к этой операции. Объясняется это тем, что цепные индексы считают регулярно, а базисные – нет. Поэтому для получения соответствующего базисного индекса (за более-менее продолжительный период) перемножают цепные индексы, заведомо зная, что результат будет находиться под влиянием определенной погрешности.

Размер этой погрешности зависит от происходящих ассортиментных сдвигов. Теория предлагает корректировку данной погрешности, которой обычно пренебрегают на практике. Величина этой ошибки определяется произведением коэффициента корреляции между индивидуальными индексами цен и количества товаров на коэффициенты вариации индивидуальных индексов цен и индивидуальных индексов количеств.

Порядок построения индексов для меняющейся по составу разнородной совокупности

Технический прогресс сопровождается появлением новых изделий и снятием с производства старых. В этом случае принципы построения индексов сохраняются, но индексы качественных показателей рассчитываются лишь по сопоставимому кругу изделий. Сопоставимыми считаются изделия, которые производились и в отчетном, и в базисном периодах, т. е. качественные характеристики такой продукции возможно сравнить в динамике.

Индексы количественных показателей строят по всему кругу продукции, чтобы учесть динамику всего физического объема. При этом вновь появившиеся изделия приходится взвешивать по весам, взятым на уровне отчетного периода.

Пример.

Известны следующие данные о производстве продукции на предприятии:

Изделия	Количество единиц		Цена за 1 единицу, тыс. р.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
А	100	110	1,0	0,9
Б	20	22	3,0	2,8
В	–	10	–	5,0

Определить изменение цен и физического объема произведенной продукции.

Очевидно, что в данном случае можно говорить об изменении цен только по двум видам продукции – А и Б, так как эта продукция является сопоставимой. Изделие В относится к несопоставимому кругу продукции. Следовательно, индекс цен будет следующим:

$$I_p = \frac{0{,}9\cdot 110 + 2{,}8\cdot 22}{1\cdot 110 + 3\cdot 22} = \frac{160{,}6}{176} = 0{,}914\ (-8{,}6\ \%).$$

Цены в среднем по двум видам продукции снизились на 8,6 %.

При построении индекса физического объема необходимо учесть всю продукцию, сравнимую и несравнимую, но поскольку изделие В стало производиться только в отчетном периоде, у него нет базисной цены.

Значит, в качестве веса приходится взять отчетную цену.

$$I_p = \frac{\sum q_1^c p_0 + q_1^{\text{н}} p_1}{\sum q_0 p_0},$$

где с – сопоставимый круг изделий, н – несопоставимый круг изделий.

$$I_p = \frac{1\cdot 110 + 3\cdot 22 + 5\cdot 10}{1\cdot 110 + 3\cdot 20} = 1{,}412\ (+41{,}2\ \%).$$

Физический объем производства увеличился в 1,412 раза.

Как видно, данные индексы нельзя увязать в систему. Системы индексов строятся лишь по сопоставимому кругу изделий.

Территориальные индексы

До сих пор речь шла о сравнении явлений во времени. Вместе с тем, индексы используются и для пространственных сравнений. Индексы, показывающие среднее изменение какого-то показателя в пространственном разрезе, называют территориальными индексами.

При построении территориальных индексов возникает вопрос, на уровне какой территории следует взять вес. Если один из пунктов взять за базу и строить территориальные индексы как обычные динамические, а потом другой из сравниваемых пунктов взять за базу, то можно получить выводы, противоречащие друг другу. Следовательно, эти выводы будут противоречить и действительности.

Следует учесть, что сопоставляемые пункты являются «равноправными» в таком сопоставлении, т. е. каждый из них с полным основанием может выступать в качестве базы. Поэтому исходят как бы из компромиссного решения вопроса.

При построении территориальных индексов количественных показателей качественный предлагается брать как величину среднюю, рассчитанную для сравниваемых пунктов. Можно воспользоваться и другим весом, рассчитанным для более обширной территории, или взять какой-то другой стандартизированный вес.

При построении территориальных индексов качественных показателей в качестве веса берут количественный показатель как суммарную величину по сравниваемым пунктам. Но и в данном случае можно взять какой-то стандартизированный вес. То есть здесь используют принцип построения индекса Эджоурса:

$$I_p = \frac{\sum p_1(q_1+q_0)}{\sum p_0(q_1+q_0)}.$$

Один из вариантов построения территориальных индексов качественных показателей является применение формулы И. Фишера, т. е. по существу средней геометрической величины:

$$I_p = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}}.$$

Наиболее распространенными являются следующие формулы территориальных индексов.

Индекс качественного показателя:

$$I_x = \frac{\sum x_A f_{(A+B)}}{\sum x_B f_{(A+B)}} \text{ или } I_x = \frac{\sum x_B f_{(A+B)}}{\sum x_A f_{(A+B)}}.$$

Индекс количественного показателя:

$$I_f = \frac{\sum \overline{x_{(A,B)}} f_A}{\sum \overline{x_{(A,B)}} f_B} \text{ или } I_f = \frac{\sum \overline{x_{(A,B)}} f_B}{\sum \overline{x_{(A,B)}} f_A},$$

где A и B – сравниваемые пункты, районы.

Пример.

Имеются следующие данные о реализации товаров по двум населенным пунктам за отчетный период:

Пункты	Товары	Количество реализованных товаров, ед.	Цена за единицу, тыс. р.
№ 1	А Б	1 000 1 500	50 70
№ 2	А Б	1 800 2 500	48 65

Определить, на сколько в среднем цены в пункте № 2 ниже, чем в пункте № 1, и на сколько выше физический объем реализации.

Сначала рассчитаем территориальные индексы цен. Возьмем за базу пункт N 1, а затем поменяем пункты местами.

$$I_p = \frac{48\cdot(1800+1000)+65\cdot(2500+1500)}{50\cdot(1800+1000)+70\cdot(2500+1500)} = \frac{394400000}{420000000} = 0{,}939\ (-6{,}1\ \%).$$

То есть по указанным товарам цены в пункте № 2 были ниже, чем в пункте № 1 на 6,1 %. Обратное отношение (когда за базу взят пункт № 2) подтверждает это положение:

$$I_p = \frac{420000000}{394400000} = 1{,}065\ (+6{,}5\ \%).$$

Для определения территориальных индексов физического объема предварительно рассчитаем средние цены по данным товарам для двух пунктов.

Средняя цена для товара А:

$$\overline{p_A} = \frac{50\cdot1000+48\cdot1800}{1000+1800} = 48714 \text{ руб.}$$

Средняя цена для товара Б:

$$\overline{p_Б} = \frac{70\cdot1500+65\cdot2500}{1500+2500} = 66875 \text{ руб.}$$

Отсюда территориальный индекс физического объема при сравнении пункта № 2 с пунктом № 1:

$$I_q = \frac{1800\cdot48714+2500\cdot66875}{1000\cdot48714+1500\cdot66875} = \frac{254872700}{149026500} = 1{,}71\ .$$

При сравнении пункта № 1 с пунктом № 2 получим:

$$I_q = \frac{149026500}{254872700} = 0{,}585.$$

Следовательно, физический объем реализации был в среднем выше в пункте № 2, чем в пункте № 1в 1,71 раза.

Задачи для решения

Задача 1

Известны данные по экспорту РФ некоторых товаров за 4 года:

Экспортные товары	Средняя экспортная цена, долл. США за тонну				Физический объем экспорта, тысяч тонн			
	2013 год	2014 год	2015 год	2016 год	2013 год	2014 год	2015 год	2016 год
Чугун	391	388	259	228	4100	4359	5340	5139
Медь	7288	6636	5457	4703	222	290	567	511
Никель необработанный	15216	16326	11382	9173	238	238	226	186

Экспортные товары	Средняя экспортная цена, долл. США за тонну				Физический объем экспорта, тысяч тонн			
	2013 год	2014 год	2015 год	2016 год	2013 год	2014 год	2015 год	2016 год
Алюминий необработанный	1839	1824	1741	1433	3335	2845	3380	3481

Определить базисные и цепные общие индексы. Показать взаимосвязь между базисными и цепными индексами

Задача 2

Определить индивидуальные и общие индексы цен, физического объема экспорта и валютной выручки от экспорта. Исчислить абсолютное изменение экспортной выручки в целом и за счет влияния изменения цен и физического объема экспорта.

Данные по экспорту нефти и нефтепродуктов в РФ за 2 года представлены в таблице:

Экспортные товары	Средняя экспортная цена, долл. США за тонну		Физический объем экспорта, млн тонн	
	2015 год	2016 год	2015 год	2016 год
Нефть сырая	366	289	166	153
Нефтепродукты	393	295	255	245

Задача 3

Имеются следующие данные о товарообороте торгового предприятия:

Товарные группы	Товарооборот в фактических ценах, млн р.		Среднее изменение физического объема реализации, %
	Базисный период	Отчетный период	
Молочные продукты	97	105	–5
Овощи	150	165	+2

Определить:

а) общий индекс товарооборота в фактических ценах и сумму изменения товарооборота;

б) общий индекс физического объема товарооборота;

в) общий индекс цен, используя взаимосвязь индексов.

Задача 4

Динамика себестоимости и объема производства продукции характеризуется следующими данными:

Вид продукции	Выработано продукции, ед.		Себестоимость единицы продукции, тыс. р.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Предприятие № 1				
АК-13	210	190	12	14
МВ-10	150	130	18	20
Предприятие № 2				
МВ-10	180	160	17	18,5

На основании имеющихся данных определить:

1) для предприятия № 1 (по двум видам продукции вместе):

– общий индекс затрат на производство продукции;

– общий индекс себестоимости продукции;

– общий индекс физического объема производства.

Показать взаимосвязь индексов, а также абсолютных приростов вычисленных на основе этих индексов. Сделать краткие выводы;

2) для двух предприятий вместе (по продукции МВ–10) рассчитать:

– индекс себестоимости переменного состава;

– индекс себестоимости постоянного состава;

– индекс структурных сдвигов.

Показать взаимосвязь исчисленных индексов, а также разложить прирост средней себестоимости в абсолютном выражении по факторам. Пояснить значение каждого индекса.

Задача 5

По предприятию за 2 периода о затратах на производство продукции имеются следующие данные:

Изделия	Общие затраты на производство, млн р.		Изменения себестоимости в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	Базисный период	Отчетный период	
1	640	680	Без изменения
2	370	400	+3
3	530	540	+4

Рассчитайте:

1) индекс затрат на производство продукции;

2) индекс себестоимости продукции;

3) используя взаимосвязь выше рассчитанных индексов, определить индекс физического объема продукции;

4) абсолютную сумму экономии (дополнительных затрат) за счет изменения себестоимости изделий.

Задача 6

Имеются следующие данные по двум сельскохозяйственным предприятиям за два года:

Предприятия	Урожайность, ц с 1 га		Посевная площадь, га	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
1. Совхоз				
Зерно	19	21	12	13
Овощи	15	14	5	6
2. Фермерское хозяйство:				
Овощи	18	20	1,5	2,5

Определить:

1) для совхоза общие индексы валового сбора, урожайности и посевных площадей;

2) абсолютный прирост валового сбора, полученный в совхозе всего и в т. ч. за счет:

– изменения урожайности;

– изменения размера посевных площадей.

Показать взаимосвязь рассчитанных индексов и абсолютных приростов.

3) для двух сельскохозяйственных предприятий изменение средней урожайности овощей: всего и в т. ч. за счет:

– изменения урожайности в каждом хозяйстве;

– изменения структуры посевных площадей.

Объяснить смысл и различие полученных индексов.

Задача 7

По одному из торговых предприятий известны следующие данные о товарообороте:

Наименование продуктов	Товарооборот в фактических ценах, млн р.		Процент изменения цен в отчетном периоде по сравнению с базисным
	Базисный период	Отчетный период	
Молоко	18	19	+15
Творог	24	23	+30
Яйца	31	33	+12

Определить:

1) общий индекс товарооборота в фактических ценах и изменение суммы товарооборота;

2) общий индекс цен;

3) общий индекс физического объема товарооборота, используя взаимосвязь индексов.

Задача 8

Динамика отпускных цен и объема производства продукции характеризуется следующими данными:

Вид продукции	Количество произведенной продукции, ед.		Отпускная цена за единицу, тыс. р.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Завод № 1				
К-87	50	48	14	17
М-18	120	130	20	24
Завод № 2				
К-87	70	80	13	15

На основании имеющихся данных определить:

1) для завода № 1(по двум видам продукции вместе):

– общий индекс стоимости произведенной продукции;

– общий индекс цен на произведенную продукцию;

– общий индекс физического объема произведенной продукции.

Показать взаимосвязь полученных индексов и увязать в систему абсолютные приросты, полученные на базе этих индексов;

2) для двух заводов вместе (по изделию К–87) определить:

– индекс цен переменного состава;

– индекс постоянного состава;

– индекс структурных сдвигов.

Показать взаимосвязь полученных индексов, а так же разложить прирост средней отпускной цены в абсолютном выражении по факторам.

Пояснить значение каждого индекса.

Задача 9

Имеются следующие данные по производству мяса на одном из фермерских хозяйств:

Вид продукции	Общие затраты по производству мяса, тыс. р.		Изменение количества произведенного мяса, в %
	Базисный период	Отчетный период	
Говядина	150,0	170,0	–3
Свинина	220,0	290,0	+2
Баранина	60,0	80,0	+1

Определить:

1) индекс затрат по производству мяса;

2) индекс физического объема производства мяса;

3) используя взаимосвязь выше рассмотренных индексов, определить индекс себестоимости производства мяса.

Задача 10

Имеются следующие данные о производстве электроплит на двух предприятиях:

Предприятие и продукция	Себестоимость единицы, р.		Количество продукции, шт	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Предприятие № 1				
Электроплиты «А»	3040	3200	20	25
Электроплиты «Б»	3320	3400	18	20
Предприятие № 1				
Электроплиты «А»	2900	3100	28	33

Определить:

1) по предприятию № 1.

Как изменилась общая сумма затрат на производство электроплит и в т. ч. за счет изменения себестоимости электроплит и изменения их количества (индексы затрат на производство, себестоимости и физического объема). Рассчитать абсолютные приросты затрат на базе этих индексов. Показать взаимосвязь индексов и абсолютных приростов;

2) по двум предприятиям вместе по электроплитам «А» индексы переменного, постоянного состава и структурных сдвигов. Показать их взаимосвязь и пояснить значение.

Задача 11

Известны следующие данные о затратах на производство продукции и об изменениях ее себестоимости на швейной фабрике:

Наименование изделия	Общие затраты на производство продукции, тыс. р.		Изменение себестоимости единицы изделия в мае по сравнению с апрелем
	Апрель	Май	
1. Платья	130	150	+12
2. Блузы	60	80	+7
3. Костюмы	180	200	+10

Определить:

1) общий индекс затрат на производство швейной продукции и изменение суммы затрат;

2) общий индекс себестоимости изделий;

3) общий индекс физического объема производства продукции, используя взаимосвязь индексов.

Задача 12

Динамика средних цен и объема продажи на колхозных рынках города характеризуется следующими данными:

Наименование товара	Количество проданного товара, кг		Средняя цена за 1 кг, р.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Колхозный рынок № 1				
Сметана	540	500	70,0	80,0
Творог	280	250	38,0	45,0
Колхозный рынок № 1				
Творог	300	360	40,0	48,0

На основании имеющихся данных определить:

1) для колхозного рынка № 1 (по двум видам товаров вместе):

– общий индекс товарооборота;

– общий индекс цен;

– общий индекс физического объема товарооборота.

Показать взаимосвязь указанных индексов, а также абсолютных приростов, исчисленных на их основе;

2) для колхозных рынков вместе (по творогу) вычислить:

– индекс цен переменного состава;

– индекс цен постоянного состава;

– индекс влияния изменения структуры объема продаж творога на динамику средней цены.

Пояснить значение индексов показать их взаимосвязь. Определить абсолютные приросты на основе этих индексов и увязать их в систему.

Задача 13

По торговой организации имеются следующие данные:

Товары	Товарооборот, млн р.		Индивидуальные индексы цен
	Базисный период	Отчетный период	
А	120,0	130,0	1,7
Б	230,0	320,0	1,3
В	270,0	290,0	1,0

Определить общие индексы товарооборота, цен и физического объема проданных товаров, используя взаимосвязь индексов.

Задача 14

Известны следующие данные о реализации продукции машиностроительного предприятия:

Комплектующие узлы	Объем реализации, тыс. р.		Процент изменения количества реализованных узлов
	Базисный период	Отчетный период	
№ 1	580	720	+1
№ 2	740	800	–8
№ 3	324	421	–10
№ 4	562	568	+1,2
№ 5	781	795	-0,3
№ 6	632	670	без изменения

Определить:

1) общий индекс объема реализации комплектующих узлов;

2) общий индекс физического объема (количества) реализованных узлов;

3) общий индекс цен, используя взаимосвязь индексов;

4) абсолютное изменение объема реализации в целом;

5) абсолютное изменение объема реализации продукции за счет изменения количества реализованных узлов;

6) абсолютное изменение объема реализации узлов за счет изменения цен;

Сделать выводы по задаче.

Задача 15

Динамика средних цен и объема продаж на колхозных рынках города характеризуется следующими данными:

Наименование товара	Количество проданного товара, кг		Средняя цена за 1 кг, р.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Колхозный рынок № 1				
Капуста	805	760	7	11
Морковь	328	560	8	10
Колхозный рынок № 1				
Капуста	670	803	8	12

На основании имеющихся данных определить:

1) для колхозного рынка № 1 (по двум видам товаров вместе):

– общий индекс товарооборота;

– общий индекс цен;

– общий индекс физического объема товарооборота.

Показать взаимосвязь индексов, а также абсолютных приростов исчисленных на их основе;

2) для колхозных рынков вместе (по капусте) вычислить:

– индекс цен переменного состава;

– индекс цен постоянного состава;

– индекс структурных сдвигов.

Пояснить значения полученных индексов, показать их взаимосвязь.

Определить абсолютные приросты на основе этих индексов (средней цены) и увязать их в систему.

Задача 16

Известны данные о внешней торговле по Иркутской таможне:

Показатели	2012	2013
1. Внешнеторговый оборот а) в текущих ценах б) в ценах базисного периода	247,7 247,4	…….. ………
2. Экспорт а) в текущих ценах б) в ценах базисного периода	103,7 103,7	153,4 129,6
3. Импорт а) в текущих ценах б) в ценах базисного периода	……….. ………….	164,0 137,3

Вставить пропущенные значения в таблице. Рассчитать индексы стоимостного и физического объемов и индексы цен для экспорта и импорта.

Учебное издание

СТАТИСТИКА

Учебное пособие

Издается в авторской редакции

ИД № 06318 от 26.11.01.
Подписано в пользование 15.06.18.

Издательство Байкальского государственного университета.
664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11.

http://bgu.ru.